

Malliratkaisut

Mafy

FYSIIKKA

KEVÄT 2025

60 % pk-seudun
lukiolaisista opiskelee
Mafynetillä
yo-kirjoituksiin.

67 % lääketieteen
valintakoeväylän
paikoista Mafyn
asiakkaille.

**Suomen
kattavimmat
malliratkaisut**
Opiskelijoiden ja
opettajien käyttöön.

PALVELUITAMME

- Mafynetti-oppimissovellus
- Valmennuskurssit:
 - Valintakokeeseen A
 - Valintakokeeseen B
 - Valintakokeeseen F
 - Ylioppilaskirjoituksiin

Mallivastaukset laatii Mafyn oppimateriaalitiimi

Tiimi kehittää lukion
oppimateriaaleja.

Mallivastausten
tekemiseen
osallistuivat:

Jaakko Alasuvanto
Sakke Suomalainen
Linnea Tokola
Lassi Vienonen
Matti Virolainen

Mafy

Käyttöehdot

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafy.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on **kielletty**.

Lukion opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukion kurseilla.

Nämä mallivastaukset ovat Mafy Oy:n omaisuutta.

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	16
Ratkaisu tehtävään 3	23
Ratkaisu tehtävään 4	27
Ratkaisu tehtävään 5	31
Ratkaisu tehtävään 6	38
Ratkaisu tehtävään 7	41
Ratkaisu tehtävään 8	44
Ratkaisu tehtävään 9	48
Ratkaisu tehtävään 10	54
Ratkaisu tehtävään 11	60

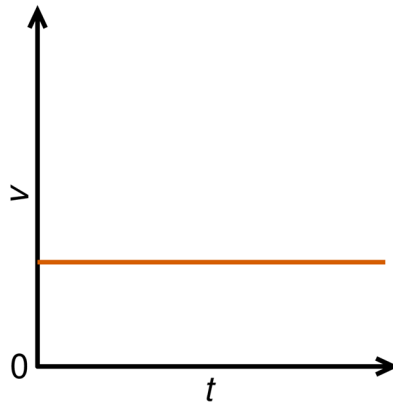
Malliratkaisut päivitetty 26. maaliskuuta 2025 klo. 09:38.

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa osatehtävässä 1.1–1.10 parhaiten soveltuva vastausvaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

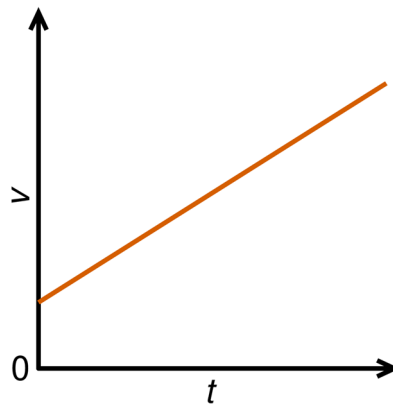
Osatehtävien 1.1–1.3 kuvaajissa on esitetty kappaleen nopeus v ajan t funktiona.

1.1 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)



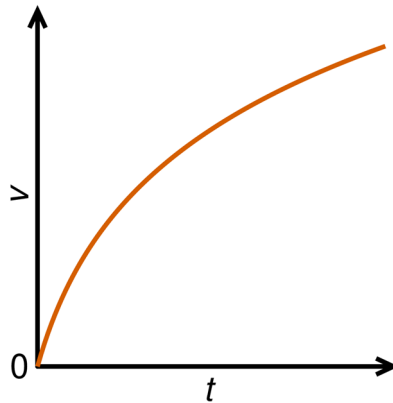
- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä.
- Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

1.2 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)



- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä.
- Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

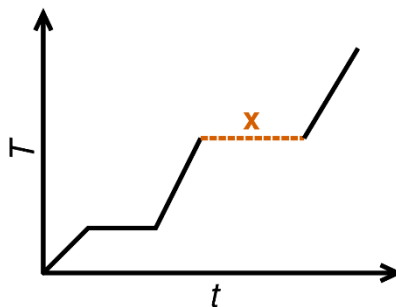
1.3 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)



- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä.
- Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

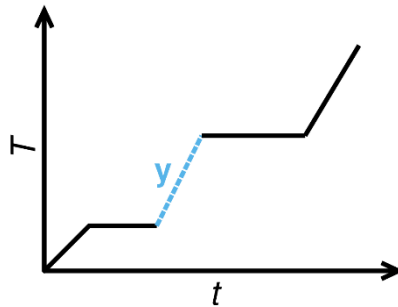
Osatehtävien 1.4–1.5 kuvaajissa on esitetty aineen lämpötila T ajan t funktiona, kun ainetta lämmitetään vakioteholla.

1.4 Mitä tapahtuu kuvaajaan x:llä merkityllä alueella? (2 p.)



- Sublimoituminen
- Nestemäisen aineen lämpeneminen
- Sulaminen
- Kiehuminen

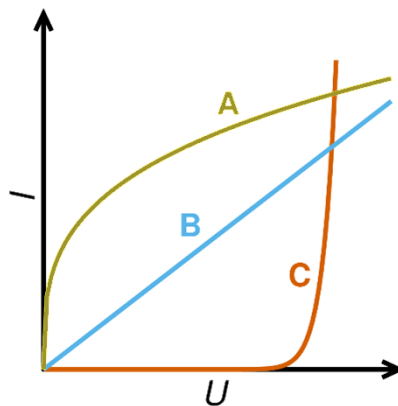
1.5 Mitä tapahtuu kuvaajaan y:llä merkityllä alueella? (2 p.)



- Sublimoituminen
- Nestemäisen aineen lämpeneminen
- Sulaminen
- Kiehuminen

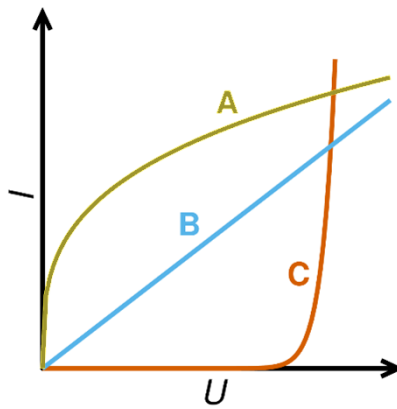
Osatehtävien 1.6–1.7 kuvaajissa on piirretty kolmen komponentin (A, B ja C) sähkövirrat I jännitteen U funktiona.

1.6 Mikä komponenteista (A, B tai C) on vastus? (2 p.)



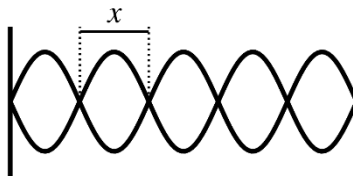
- A
- B
- C

1.7 Mikä komponenteista (A, B tai C) on diodi? (2 p.)



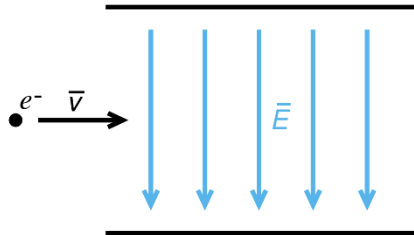
- A
- B
- C

1.8 Kitaran kieleen syntyy seisova aalto kuvan esittämällä tavalla. Sen aallonpituus on λ . Kuvaan piirretty etäisyys x on (2 p.)



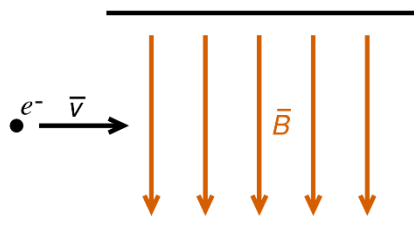
- $1/2\lambda$
- λ
- 2λ
- $1/5\lambda$

1.9 Elektroni saapuu nopeudella \bar{v} homogeeniseen sähkökenttään \bar{E} kuvan esittämällä tavalla. Mihin suuntaan elektronin rata kaartuu kentässä? (2 p.)



- Kuvassa alaspäin
- Kuvassa ylöspäin
- Kuvassa kohti katsojaa
- Kuvassa poispäin katsojasta

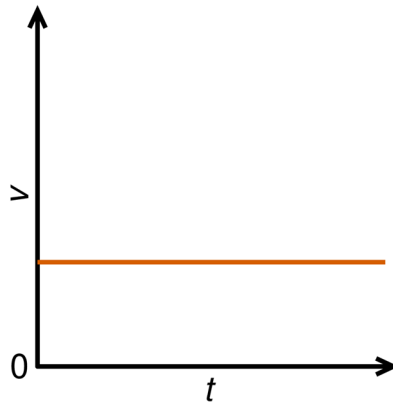
1.10 Elektroni saapuu nopeudella \bar{v} homogeeniseen magneettikenttään \bar{B} kuvan esittämällä tavalla. Mihin suuntaan elektronin rata kaartuu kentässä? (2 p.)



- Kuvassa alaspäin
- Kuvassa ylöspäin
- Kuvassa kohti katsojaa
- Kuvassa poispäin katsojasta

Ratkaisu.

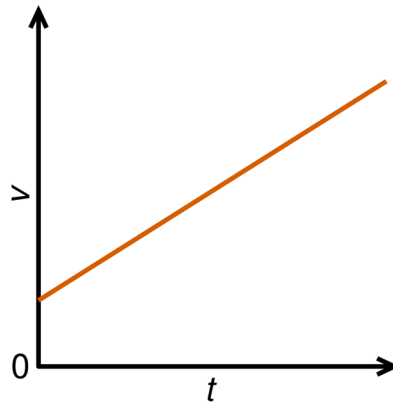
1.1 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)



- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä. 2 p. (yht. 2 p.)
- Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

Lisäselitys: Kyseessä on nopeuden kuvaaja ajan funktiona, ja kuvaaja on vaakasuora, joten nopeus ei muutu. Näin ollen kyse on tasaisesta liikkeestä. Tehtävässä piti olettaa, että kyse on suoraviivaisesta liikkeestä. Kyse voisi olla myös kiihtyvistä liikkeestä, jos liikkeen suunta muuttuisi ja vauhti pysyisi kuvaajan mukaisesti vakiona.

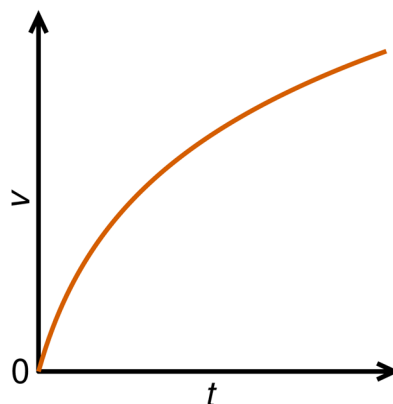
1.2 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)



- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä.
- Kappale on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. 2 p. (yht. 4 p.)
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

Lisäselitys: Kyseessä on nopeuden kuvaaja ajan funktiona, ja kuvaaja on nouseva suora, joten nopeuden suuruus kasvaa tasaisesti. Näin ollen kyse on tasaisesti kiihtyvästä liikkeestä.

1.3 Millaisessa liikkeessä kappale on? (2 p.)

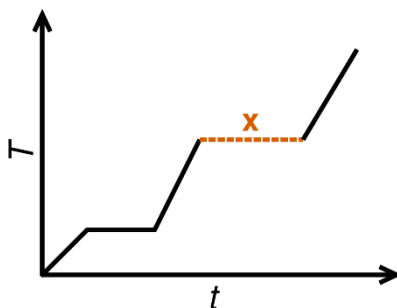


- Kappale on paikallaan.
- Kappale on tasaisessa liikkeessä.
- Kappale on kiihtyvässä liikkeessä. 2 p. (yht. 6 p.)
- Kappale on hidastuvassa liikkeessä.

Lisäselitys: Kyseessä on nopeuden kuvaaja ajan funktiona, ja kuvaaja on nouseva, joten nopeuden suuruus kasvaa. Näin ollen kyse on kiihtyvästä liikkeestä.

Osatehtävien 1.4–1.5 kuvaajissa on esitetty aineen lämpötila T ajan t funktiona, kun ainetta lämmitetään vakioteholla.

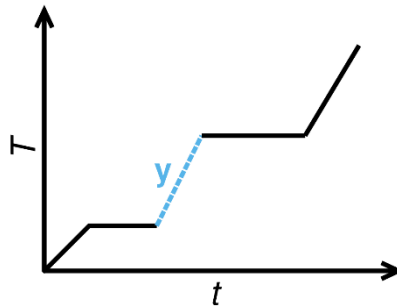
1.4 Mitä tapahtuu kuvaajaan x:llä merkityllä alueella? (2 p.)



- Sublimoituminen
- Nestemäisen aineen lämpeneminen
- Sulaminen
- Kiehuminen 2 p. (yht. 8 p.)

Lisäselitys: Kuvaajasta nähdään, että matalammilla lämpötiloilla on tapahtunut ensin lämpötilan nousu, sitten lämpötila on pysynyt jonkin aikaa vakiona, sitten lämpötila on taas noussut, sitten lämpötila pysyy kysytyllä aikavälillä vakiona ja sen jälkeen lämpötila vielä kasvaa. Nämä vaiheet vastaavat kiinteän aineen lämpenemistä, sulamista, nestemäisen aineen lämpenemistä, kiehumista ja kaasun lämpenemistä. Merkityllä alueella tapahtuu siis kiehuminen.

1.5 Mitä tapahtuu kuvaajaan y:llä merkityllä alueella? (2 p.)

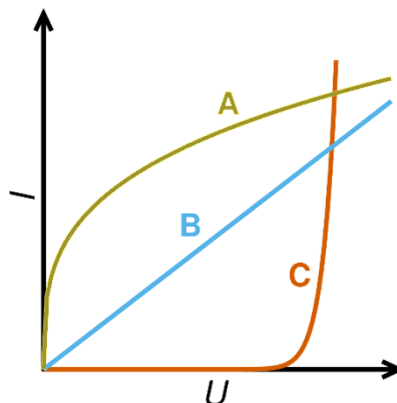


- Sublimoituminen
- Nestemäisen aineen lämpeneminen 2 p. (yht. 10 p.)
- Sulaminen
- Kiehuminen

Lisäselitys: Kuvaajasta nähdään, että matalammilla lämpötiloilla on tapahtunut ensin lämpötilan nousu, sitten lämpötila on pysynyt jonkin aikaa vakiona, sitten lämpötila on taas noussut, sitten lämpötila pysyy kysytyllä aikavälillä vakiona ja sen jälkeen lämpötila vielä kasvaa. Nämä vaiheet vastaavat kiinteän aineen lämpenemistä, sulamista, nestemäisen aineen lämpenemistä, kiehumista ja kaasun lämpenemistä. Merkityllä alueella tapahtuu siis nestemäisen aineen lämpeneminen.

Osatehtävien 1.6–1.7 kuvaajissa on piirretty kolmen komponentin (A, B ja C) sähkövirrat I jännitteen U funktiona.

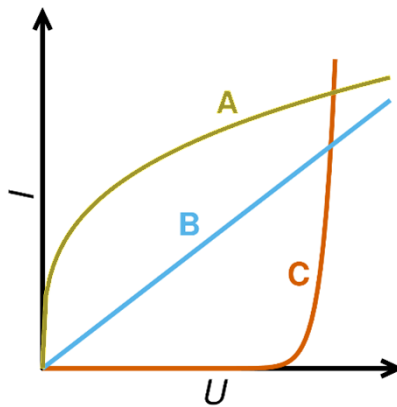
1.6 Mikä komponenteista (A, B tai C) on vastus? (2 p.)



- A
- B 2 p. (yht. 12 p.)
- C

Lisäselitys: Vastuksesta tiedetään, että pienillä sähkövirroilla sen jännitehäviö on suoraan verrannollinen sen läpi kulkevaan sähkövirtaan, koska lämpötila ei merkittävästi muutu. Suuremmilla virroilla resistanssi alkaa vastuksesta riippuen kasvaa enemmän tai vähemmän lämpötilan nousun vaikutuksesta, minkä seurauksena kuvaajan tulisi kaartua hitaasti vähemmän jyrkäksi. Vastaukseksi sopisi siis joko B sillä oletuksella, että lämpötila pysyy likimain vakiona tai myös A olettaen sopivat mitta-asteikot akseleille. YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 21.3.2025) oikeaksi vastaukseksi oli merkitty B, luultavasti vain se hyväksytään.

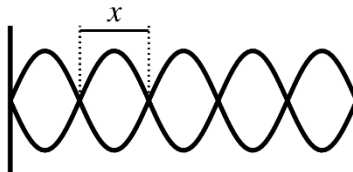
1.7 Mikä komponenteista (A, B tai C) on diodi? (2 p.)



- A
 B
 C 2 p. (yht. 14 p.)

Lisäselitys: Diodi toimii siten, että se ei muuten päästä lävitseen juuri lainkaan virtaa, mutta kun sen jännitehäviö ylittää tietyn kynnyksjännitteen, se vastustaa virran kulkua hyvin vähän. Tällöin diodin läpi kulkeva virta kasvaa todella nopeasti, kun jännitehäviö kasvaa kynnyksjännitettä suuremmaksi. Tätä vastaa kuvaaja C.

1.8 Kitaran kieleen syntyy seisova aalto kuvan esittämällä tavalla. Sen aallonpituus on λ . Kuvaan piirretty etäisyys x on (2 p.)

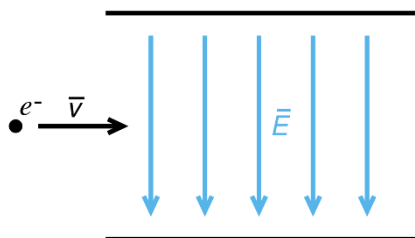


- $1/2\lambda$ 2 p. (yht. 16 p.)
 λ
 2λ

$1/5\lambda$

Lisäselitys: Aallonpituus on kahden samassa vaiheessa värähtelevän kohdan välimatka. Nopeasti saattaisi ajatella, että kuvaan merkitty etäisyys x on aallonpituuden mittainen, mutta on tärkeää huomata, että kaksi vierekkäistä kupukohdtaa eivät ole samassa vaiheessa, vaan silloin kun toisen niistä kohdalla kieli heilahtaa ylös, toisen kohdalla se heilahtaa alas. Ne ovat siis vastakkaisissa vaiheissa, eli niiden välimatka on puolikas aallonpituus. Kuvaan merkitty etäisyys x on yhtä pitkä kuin kahden vierekkäisen kupukohdan välimatka, joten oikea vastaus on $1/2\lambda$. Huom! Vastausvaihtoehto $1/2\lambda$ on siis $\frac{1}{2}\lambda$, ei $\frac{1}{2\lambda}$.

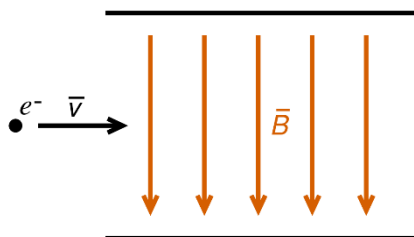
1.9 Elektroni saapuu nopeudella \bar{v} homogeeniseen sähkökenttään \bar{E} kuvan esittämällä tavalla. Mihin suuntaan elektronin rata kaartuu kentässä? (2 p.)



- Kuvassa alaspäin
- Kuvassa ylöspäin 2 p. (yht. 18 p.)
- Kuvassa kohti katsojaa
- Kuvassa poispäin katsojasta

Lisäselitys: Varattuun hiukkaseen kohdistuva sähköinen voima on $\bar{F}_E = Q\bar{E}$, missä Q on hiukkaseen varaus ja \bar{E} on sähkökentän voimakkuus. Toisin sanoen sähköinen voima on sähkökentän kanssa samansuuntainen, jos varaus on positiivinen, ja sähkökentän kanssa vastakkaisuuntainen, jos varaus on negatiivinen. Elektronin varaus on negatiivinen, joten siihen kohdistuu voima sähkökentän kanssa vastakkaiseen suuntaan, eli kuvassa ylöspäin. Näin ollen elektronin rata myös kaartuu ylöspäin.

1.10 Elektroni saapuu nopeudella \vec{v} homogeeniseen magneettikenttään \vec{B} kuvan esittämällä tavalla. Mihin suuntaan elektronin rata kaartuu kentässä? (2 p.)



- Kuvassa alaspäin
- Kuvassa ylöspäin
- Kuvassa kohti katsojaa 2 p. (yht. 20 p.)
- Kuvassa poispäin katsojasta

Lisäselitys: Kun varattu hiukkanen liikkuu magneettikentässä, siihen kohdistuvan magneettisen voiman suunta voidaan päätellä oikean käden säännöllä: osoitetaan etusormi hiukkasen nopeuden suuntaan (kuvassa oikealle) ja osoitetaan keskisormi magneettikentän suuntaan (kuvassa alaspäin). Jos hiukkanen on positiivisesti varattu, siihen kohdistuu voima peukalon suuntaan, ja jos hiukkanen on negatiivisesti varattu, siihen kohdistuu voima peukalon kanssa vastakkaiseen suuntaan (kuvassa kohti katsojaa). Elektronin varaus on negatiivinen, joten sen rata kaartuu kohti katsojaa.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

2. Puhelimen akun lataaminen (15 p.)

Aineisto:

2. A [Taulukko: Akun latausaste latausajan funktiona](#)

Fysikko latasi puhelintaan vanhalla laturilla ja merkitsi muistiin puhelimen latausasteen eri ajanhetkillä. Puhelimen akun kapasiteetti on 3 090 mAh. Kapasiteetti tarkoittaa täysin varatun akun lataustilaa. Akun latausasteen yksikkö on prosentti ja lataustilan yksikkö on milliampeeritunti.

- 2.1 Taulukossa [2.A](#) on esitetty puhelimen akun latausaste latausajan funktiona. Laske latausasteen avulla akun lataustila. Piirrä kuvaaja lataustilasta ajan funktiona. Määritä akkua lataava sähkövirta latausasteen ollessa 20–80 %. Esityksessä tulee näkyä mittaustuloksia vastaavat pisteet, mutta ei pisteitä yhdistäviä viivoja. (7 p.)
- 2.2 Määritä osatehtävässä 2.1 käytetyn laturin latausteho, kun laturin antama jännite on 5,0 V. (4 p.)
- 2.3 Erään tabletin akun kapasiteetti on 11 200 mAh. Tablettia ladataan samalla laturilla ja latausvirralla kuin osatehtävässä 2.1 Kuinka kauan kestää ladata tabletin akku latausasteesta 20 % latausasteeseen 80 %? (4 p.)

Ratkaisu.

2.1.

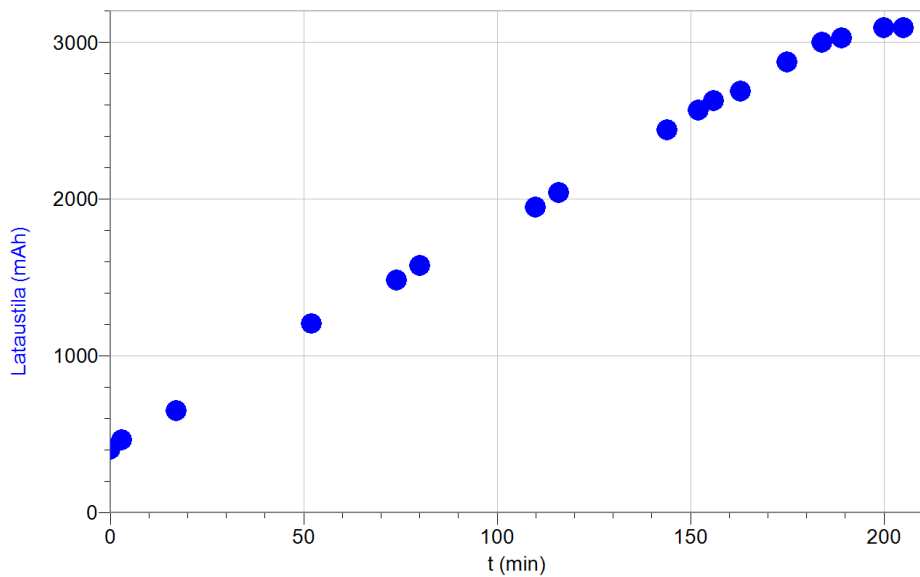
Ratkaisuvaihtoehto 1

Lasketaan latausasteita vastaavat lataustilan arvot (milliampeeritunteina) uuteen sarakkeeseen kaavalla

$$\text{lataustila} = 3090 \cdot \frac{\text{latausaste}}{100}.$$

latausaste (%)	LT (mAh)
13	401,700
15	463,500
21	648,900
39	1205,100
48	1483,200
51	1575,900
63	1946,700
66	2039,400
79	2441,100
83	2564,700
85	2626,500
87	2688,300
93	2873,700
97	2997,300
98	3028,200
100	3090,000
100	3090,000

Piirretään lataustila ajan funktiona.



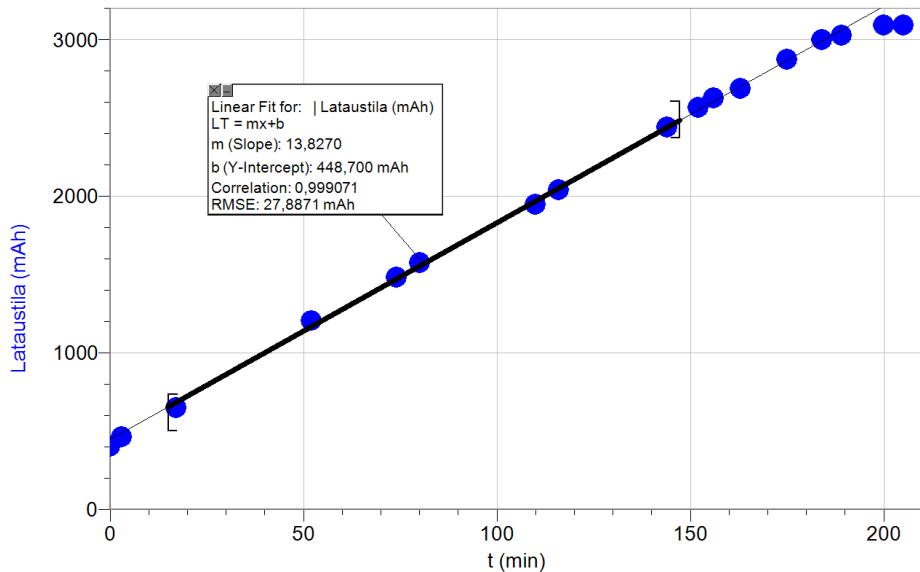
3 p. (yht. 3 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty kuvaaja = 3 p,

- Pisteet eivät näkyvissä, pisteet yhdistetty viivoilla tai muu pieni virhe = -1 p.

Sovitetaan pisteisiin suora välillä, jolla lataustaso on 21% – 79%. Latausvirta saadaan suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta.



2 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä: Suora sovitettu hieman virheelliselle alueelle = -1 p.

Kysytty latausvirta on

$$\begin{aligned}
 I &= 13,827 \frac{\text{mAh}}{\text{min}} \\
 &= 13,827 \cdot \frac{10^{-3} \text{ A} \cdot 60 \text{ min}}{\text{min}} \\
 &= 0,82962 \text{ A} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)} \\
 &\approx 0,83 \text{ A} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Latausvirta on 0,83 A.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Lasketaan latausasteita vastaavat lataustilan arvot (milliampeeritunteina) uuteen sarakkeeseen kaavalla

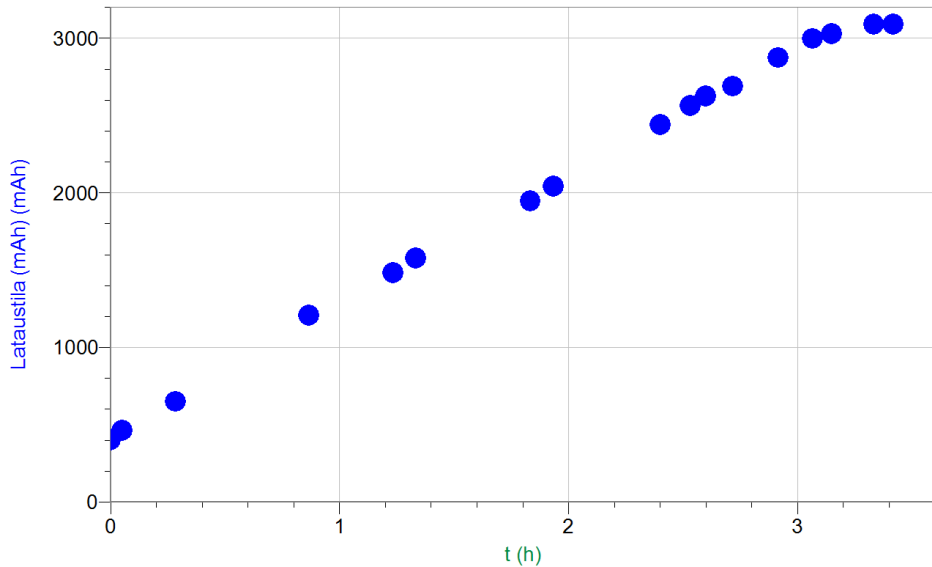
$$\text{lataustila} = 3090 \cdot \frac{\text{latausaste}}{100}.$$

ja ajat tunteina uuteen sarakkeeseen kaavalla

$$\text{aika tunteina} = \frac{\text{aika minuutteina}}{60}.$$

t (min)	latausaste (%)	LT (mAh)	t (h)
0,0	13	401,700	0,000
3,0	15	463,500	0,050
17,0	21	648,900	0,283
52,0	39	1205,100	0,867
74,0	48	1483,200	1,233
80,0	51	1575,900	1,333
110,0	63	1946,700	1,833
116,0	66	2039,400	1,933
144,0	79	2441,100	2,400
152,0	83	2564,700	2,533
156,0	85	2626,500	2,600
163,0	87	2688,300	2,717
175,0	93	2873,700	2,917
184,0	97	2997,300	3,067
189,0	98	3028,200	3,150
200,0	100	3090,000	3,333
205,0	100	3090,000	3,417

Piirretään lataustila ajan funktiona.

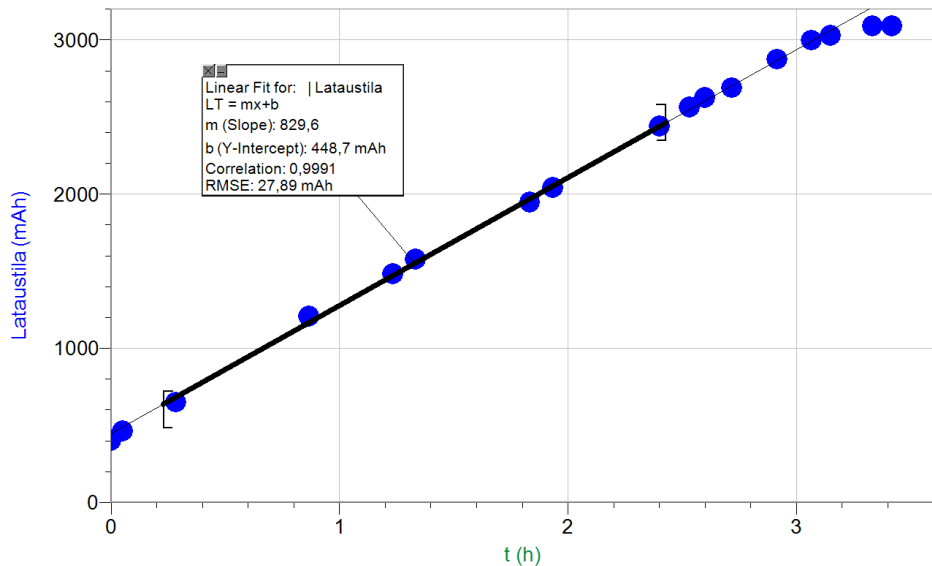


3 p. (yht. 3 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty kuvaaja = 3 p,
- Pisteet eivät näkyvissä, pisteet yhdistetty viivoilla tai muu pieni virhe = -1 p.

Sovitetaan pisteisiin suora välillä, jolla lataustaso on 21% – 79%. Latausvirta saadaan suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta.



2 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä: Suora sovitettu hieman virheelliselle alueelle = -1 p.

Kysytty latausvirta on

$$I = 829,6 \text{ mA} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

$$\approx 830 \text{ mA} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

Vastaus: Latausvirta on 830 mA.

2.2.

$$U = 5,0 \text{ V}$$

$$I = 0,8296 \text{ A}$$

Latausteho on

$$P = UI \quad \text{2 p. (yht. 9 p.)}$$

$$= 5,0 \text{ V} \cdot 0,8296 \text{ A}$$

$$= 4,148 \text{ W} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

$$\approx 4,1 \text{ W} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)}$$

Vastaus: Laturin latausteho on 4,1 W.

2.3. Kun ladataan 20%:sta 80%:iin, varausta kertyy siis $80\% - 20\% = 60\%$ kapasiteetista.

$$\Delta Q = 11200 \text{ mAh} \cdot 60\% = 6720 \text{ mAh} = 6,72 \text{ Ah} \quad \text{1 p. (yht. 12 p.)}$$

$$I = 0,8296 \text{ A}$$

Ratkaistaan kuluva aika sähkövirran kaavasta:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)}$$

$$= \frac{6,720 \text{ Ah}}{0,8296 \text{ A}}$$

$$= 8,1002 \dots \text{ h} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)}$$

$$\approx 8,1 \text{ h} \quad \text{1 p. (yht. 15 p.)}$$

Vastaus: Tabletin lataamisessa kestää 8,1 tuntia.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

3. Hehkulamppu uppokuumentimena (15 p.)

Aineisto:

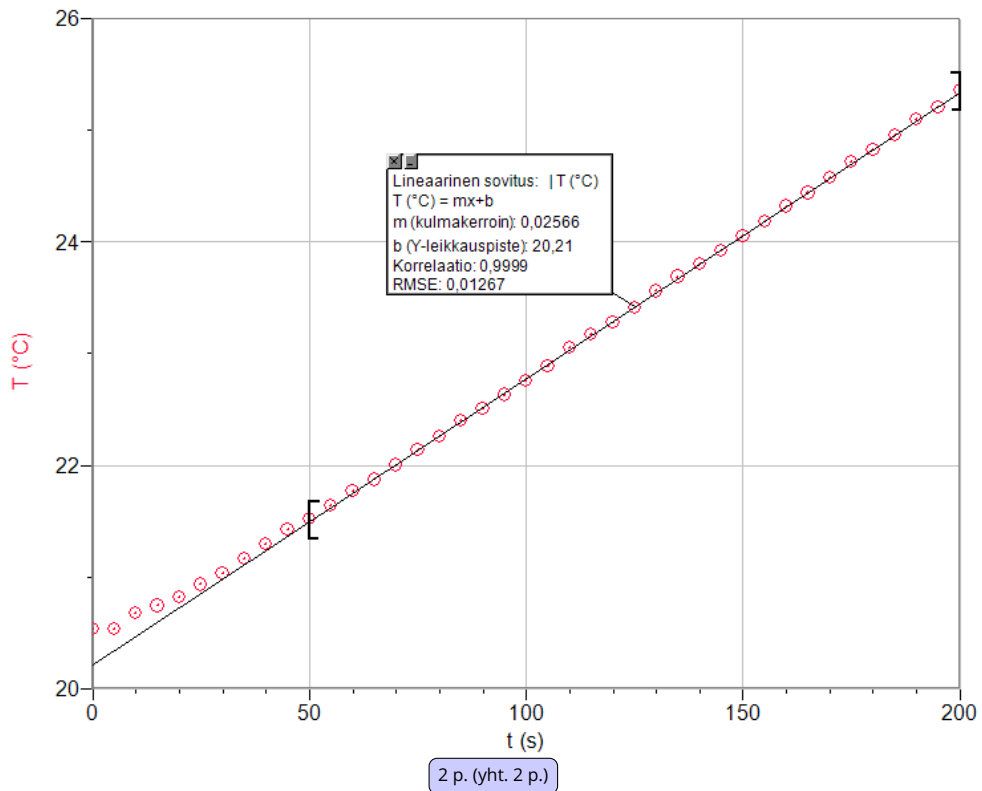
- 3. A [Video: Laitteen osat ja toiminta](#)
- 3. B [Kuva: Sähköinen kytkentä ja lämpötila-anturi](#)
- 3. C [Taulukko: Lämpötila ajan funktiona](#)

Videolla [3.A](#) esitelty laite lämmittää vettä käyttäen hehkulamppua lämmitysvastuksena. Laitteeseen kytketään virtalähde, virtamittari ja jännitemittari kuvan [3.B](#) mukaisesti. Lämpötilaa mitataan tietokoneeseen liitetyllä anturilla.

- 3.1 Laitteella lämmitetään 0,20 litraa vettä. Laadi taulukon [3.C](#) mittausaineistosta kuvaaja veden lämpötilasta ajan funktiona. Huomaa, että lämmitys ei ala heti mittauksen alkaessa. Määritä sovitteen avulla veden lämpötilan muutosnopeus aikavälillä 50–200 s. Esityksessä tulee näkyä mittaustuloksia vastaavat pisteet, mutta ei pisteitä yhdistäviä viivoja. (4 p.)
- 3.2 Kuinka suurella teholla lämpöenergiaa siirtyy veteen? Hyödynnä määrittäksessä osatehtävän 3.1 tulosta. (4 p.)
- 3.3 Kuinka suurella hyötysuhteella laite lämmittää vettä? (4 p.)
- 3.4 Minkä syiden vuoksi hyötysuhde ei ole 100 %? Esitä kolme syytä. Oletetaan, että mittausvirheet eivät ole merkittäviä. (3 p.)

Ratkaisu.

- 3.1 Piirretään aineiston mittausdatasta kuvaaja ja sovitetaan aikavälin 50 s – 200 s mittauspisteisiin suora.



Sovitetun suoran fysikaalinen kulmakerroin on veden lämpötilan muutosnopeus tarkasteltavalla aikavälillä. Veden lämpötilan muutosnopeus on siis

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 0,02566 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$$

$$\approx 0,0257 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}.$$

2 p. (yht. 4 p.)

3.2

$$c = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

$$V = 0,20 \ell$$

$$\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\ell}$$

Veden massa saadaan kaavalla $m = \rho V = 0,20 \text{ kg}$.

Veteen siirtyy lämpöä teholla P , joten vesi vastaanottaa ajassa Δt lämpömäärän $Q = P\Delta t = cm\Delta T$. Ratkaistaan saadusta yhtälöstä lämmitysteho P .

$$P\Delta t = cm\Delta T$$

$$P = \frac{cm\Delta T}{\Delta t}$$

$$P = cm \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (2 \text{ p. (yht. 6 p.)})$$

$$= 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,20 \text{ kg} \cdot 0,02566 \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}}$$

$$= 0,02150 \dots \text{ kW}$$

$$= 21,50 \dots \text{ W} \quad (2 \text{ p. (yht. 8 p.)})$$

$$\approx 22 \text{ W}$$

Vastaus: Veteen siirtyy lämpöenergiaa teholla 22 W.

3.3 Videon perusteella lampun jännite U ja virta I ovat

$$U = 12,00 \text{ V}$$

$$I = 2,14 \text{ A.}$$

Lampun teho P_L saadaan laskettua kaavalla $P_L = UI$ (2 p. (yht. 10 p.)).

Hyötysuhde η on veden lämpenemisteho jaettuna lampun tehonkulutuksella. Lasketaan hyötysuhde.

$$\eta = \frac{P}{P_L}$$

$$= \frac{P}{UI}$$

$$= \frac{21,50 \dots \text{ W}}{12,00 \text{ V} \cdot 2,14 \text{ A}}$$

$$= 0,83734 \dots$$

$$\approx 0,84 = 84 \% \quad (2 \text{ p. (yht. 12 p.)})$$

Vastaus: Laite lämmittää vettä hyötysuhteella 84 %.

3.4 Aineiston videosta nähdään, että hehkulampun säteilemää valoa pääsee astiasta ulos. Ulos päässeeseen valon energia ei mene veden lämmittämiseen. 1 p. (yht. 13 p.)

Veden lisäksi hehkulamppu lämmittää myös vesiastiaa ja astiaa ympäröivää eristettä sekä itse lampun ja sen kiinnikkeitä. 1 p. (yht. 14 p.)

Eriste ei täysin estä lämpövuota vedestä ulos. Lämpöä johtuu eristeen läpi jonkin verran ilmaan. 1 p. (yht. 15 p.)

Yllämainittujen seikkojen vuoksi lampun tehosta menee energiaa myös muualle kuin veden lämmöksi, joten energian säilymisen nojalla hyötysuhteen on oltava alle 100 %.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

4. Heliumpallo (15 p.)

Aineisto:

- 4. A [Taulukko: Tilanteeseen liittyviä tietoja](#)
- 4. B [Kuva: Pohjakuva voimakuviota varten](#)
- 4. C [Kuvaaja: Pallon nopeus ajan funktiona](#)

Tehtävässä tarkastellaan heliumilla täytettyä ilmapalloa. Tilanteeseen liittyviä tietoja on annettu taulukossa [4.A](#).

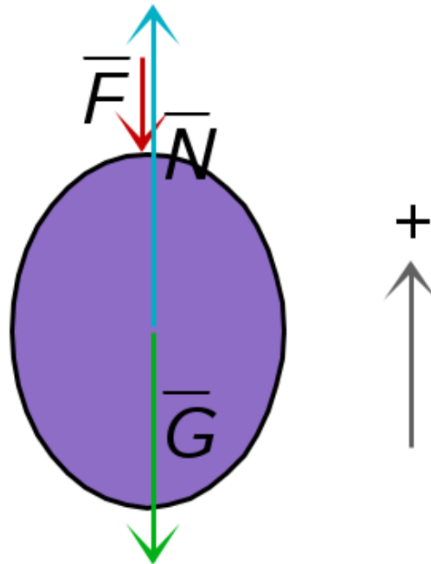
- 4.1 Heliumilla täytetty pallo on paikallaan huoneen katossa. Piirrä pallon voimakuvio. Voit käyttää kuvaa [4.B](#) ratkaisun osana. (5 p.)



- 4.2 Kuinka suuren voiman katto kohdistaa palloon, kun pallo on paikallaan huoneen katossa? (6 p.)
- 4.3 Pallo vedetään alas lattian tasolle. Sen jälkeen pallosta päästetään irti, jolloin se nousee takaisin huoneen kattoon. Kuvaaja [4.C](#) esittää pallon nopeuden ajan funktiona irti päästämisen jälkeen. Kuinka suuri ilmanvastus palloon kohdistuu juuri ennen kuin pallo osuu kattoon? (4 p.)

Ratkaisu.

4.1



\vec{G} on pallon ja sen sisältämän heliumin painovoima,
 \vec{N} on noste,
 \vec{F} on katon palloon kohdistama tukivoima.

5 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty voimakuvio = 5 p,
- Voima puuttuu, kuviossa on ylimääräinen voima tai voima osoittaa selkeästi väärään suuntaan = -3 p,
- Voiman vaikutuspiste selkeästi väärin tai voimien suuruussuhteet selkeästi väärin = -2 p,
- Voimalla hieman väärä vaikutuspiste, voimien jättäminen nimeämättä tai hieman virheellinen voiman suunta = -1p.

4.2

$$\rho_{\text{He}} = 0,178 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3} = 0,178 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_i = 1,29 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m_p = 3,8 \text{ g} = 0,0038 \text{ kg}$$

$$V = 5,3 \text{ dm}^3 = 0,0053 \text{ m}^3$$

Pallo on paikallaan, joten sen kiihtyvyys on nolla. 1 p. (yht. 6 p.) Pallon sisällä olevan heliumin massa on

$$m_{\text{He}} = \rho_{\text{He}} V. \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

Muodostetaan Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö ja ratkaistaan katon palloon kohdistama tukivoima F .

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{N} + \vec{G} + \vec{F} = m\vec{0}$$

$$N - G - F = 0 \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}$$

$$F = N - G$$

$$= \rho_i V g - (m_p + \rho_{\text{He}} V) g \quad \text{1 p. (yht. 9 p.)}$$

$$= 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0053 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - (0,0038 \text{ kg} + 0,178 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0053 \text{ m}^3) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 0,02053 \dots \text{ N} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

$$\approx 21 \text{ mN} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)}$$

Vastaus: Katto kohdistaa palloon 21 mN:n voiman.

4.3 Aineiston kuvaajan perusteella pallon nopeus on vakio juuri ennen osumista kattoon, eli pallon kiihtyvyys on nolla. 1 p. (yht. 12 p.) Tällöin pallon voimakuvio on samanlainen kuin kohdassa 4.1, mutta katon tukivoiman sijaan alaspäin vaikuttaa ilmanvastus. Myös Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö on siis samanlainen kuin kohdassa 4.2 sillä erolla, että katon tukivoiman tilalla on ilmanvastus. 1 p. (yht. 13 p.) Näin ollen ilmanvastus on yhtä suuri kuin kohdassa 4.2 laskettu tukivoima, eli 21 mN. 2 p. (yht. 15 p.)

Vastaus: Palloon kohdistuu 21 mN:n suuruinen ilmanvastus.

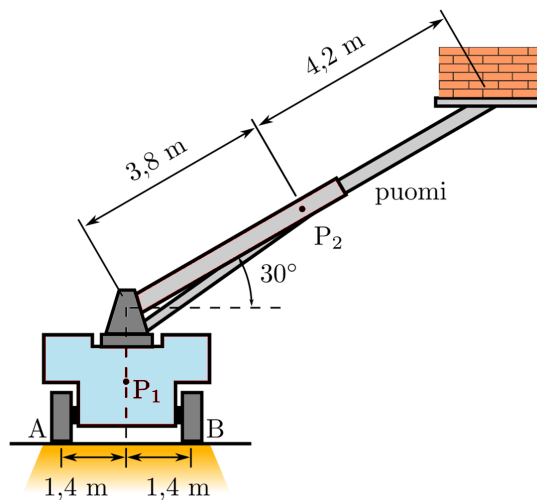
Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

5. Nosturi (15 p.)

Aineisto:

5. A [Kuva: Nosturin kuva, jota voit käyttää vastauksen osana](#)

Telaketjunosturilla nostetaan oheisen kuvan mukaisesti tiilikuormaa, jonka massa on 320 kg. Auton massa ilman puomia on 3 200 kg. Puomin massa on 220 kg. Auton ja puomin painopisteet ovat P_1 ja P_2 .



5.1 Kuinka suurilla voimilla telaketjut A ja B kuormittavat maaperää? Voit käyttää voimakuvion piirtämiseen kuvaa [5.A](#). (11 p.)

5.2 Jos puomia pidennetään liikaa, nosturi kaatuu. Miksi? Mitä osia nosturiin voisi lisätä, jotta se ei kaatuisi? Yksi muutosehdotus riittää. (4 p.)

Ratkaisu.

5.1

Ratkaisuvaihtoehto 1

Käytetään seuraavia merkintöjä

$$m_k = 320 \text{ kg}$$

$$m_p = 220 \text{ kg}$$

$$m_n = 3\,200 \text{ kg}$$

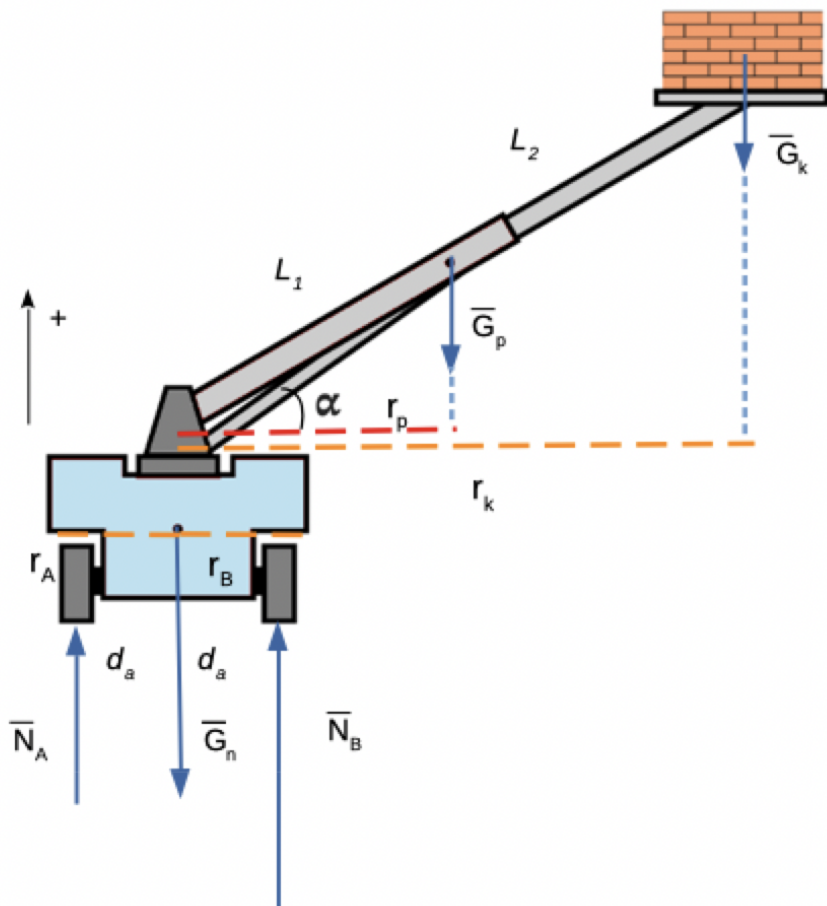
$$L_1 = 3,8 \text{ m}$$

$$L_2 = 4,2 \text{ m}$$

$$d_a = 1,4 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Piirretään telaketjunosturin voimakuvio.



3 p. (yht. 3 p.)

Muodostetaan nosturin liikeyhtälö Newtonin II lain mukaisesti. Auto on paikallaan, joten voimien summa on nolla.

$$\begin{aligned}\Sigma \overline{F} &= \overline{0} \\ \overline{N}_A + \overline{N}_B + \overline{G}_n + \overline{G}_p + \overline{G}_k &= 0 \\ N_A + N_B - G_n - G_p - G_k &= 0 \quad \text{3 p. (yht. 6 p.)} \quad (1)\end{aligned}$$

Muodostetaan myös momenttiyhtälö, sillä nosturiin kohdistuvien momenttien summan tulee myös olla nolla. Valitaan momenttipiste nosturin painopisteeseen P_1 .

Lasketaan momenttivarret kuvan geometriasta.

$$\begin{aligned}r_p &= \cos(\alpha)L_1 \\ r_k &= \cos(\alpha)(L_1 + L_2) \\ r_A &= d_a \\ r_B &= d_a\end{aligned}$$

Muodostetaan momenttiyhtälö painopisteen P_1 suhteen. Valitaan positiivinen pyörimissuunta vastapäivään.

$$\begin{aligned}M_{P_1} &= 0 \\ -N_A r_A + N_B r_B - G_p r_p - G_k r_k &= 0 \\ -N_A d_a + N_B d_a - G_p \cos(\alpha)L_1 - G_k(\cos(\alpha)(L_1 + L_2)) &= 0 \quad \text{3 p. (yht. 9 p.)} \quad (2)\end{aligned}$$

Ratkaistaan laskimella tukivoimat N_A ja N_B yhtälöistä (1) ja (2).

$$\begin{aligned}N_A &= G_n + G_p + G_k - N_B \\ N_B &= \frac{G_p \cos(\alpha)L_1 + G_k(\cos(\alpha)(L_1 + L_2)) + (G_n + G_p + G_k)d_a}{2d_a}\end{aligned}$$

Sijoitetaan lukuarvot ja ratkaistaan tukivoiman N_B ja N_A suuruudet:

$$\begin{aligned}N_B &= 28\,648,78 \dots \text{ N} \approx 29 \text{ kN} \\ N_A &= 8\,040,618 \dots \text{ N} \approx 8,0 \text{ kN}\end{aligned}$$

Newtonin III lain perusteella telaketju A kuormittaa maaperää 8,0 kN:n voimalla ja telaketju B 29 kN:n voimalla.

Vastaus: Telaketju A kuormittaa maaperää 8,0 kN:n voimalla 1 p. (yht. 10 p.) ja telaketju B 29 kN:n voimalla. 1 p. (yht. 11 p.)

Käsin tehty ratkaisu:

$$N_A + N_B - G_n - G_p - G_k = 0$$

$$N_A = G_n + G_p + G_k - N_B$$

Sijoitetaan yhtälöön (2).

$$N_B d_a = G_p \cos(\alpha) L_1 + G_k (\cos(\alpha) (L_1 + L_2)) + N_A d_a$$

$$N_B d_a = G_p \cos(\alpha) L_1 + G_k (\cos(\alpha) (L_1 + L_2)) + (G_n + G_p + G_k - N_B) d_a$$

$$N_B d_a = G_p \cos(\alpha) L_1 + G_k (\cos(\alpha) (L_1 + L_2)) + (G_n + G_p + G_k) d_a - N_B d_a$$

$$2N_B d_a = G_p \cos(\alpha) L_1 + G_k (\cos(\alpha) (L_1 + L_2)) + (G_n + G_p + G_k) d_a$$

$$N_B = \frac{G_p \cos(\alpha) L_1 + G_k (\cos(\alpha) (L_1 + L_2)) + (G_n + G_p + G_k) d_a}{2d_a}$$

$$N_B = (220 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \cos(30^\circ) \cdot 3,8 \text{ m} + \dots$$

$$\dots 320 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \cos(30^\circ) (3,8 \text{ m} + 4,2 \text{ m}) \dots$$

$$\dots + (3200 \text{ kg} + 220 \text{ kg} + 320 \text{ kg}) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,4 \text{ m}) / (2 \cdot 1,4 \text{ m})$$

$$N_B = 28\,648,78 \dots \text{ N} \approx 29 \text{ kN}$$

Sijoitetaan N_A :n lausekkeeseen

$$N_A = G_n + G_p + G_k - N_B$$

$$N_A = 3200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + 220 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + \dots$$

$$\dots 320 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 28\,648,78 \dots \text{ N} = 8\,040,618 \dots \text{ N} \approx 8,0 \text{ kN}$$

Ratkaisuvaihtoehto 2

Käytetään seuraavia merkintöjä

$$m_k = 320 \text{ kg}$$

$$m_p = 220 \text{ kg}$$

$$m_n = 3\,200 \text{ kg}$$

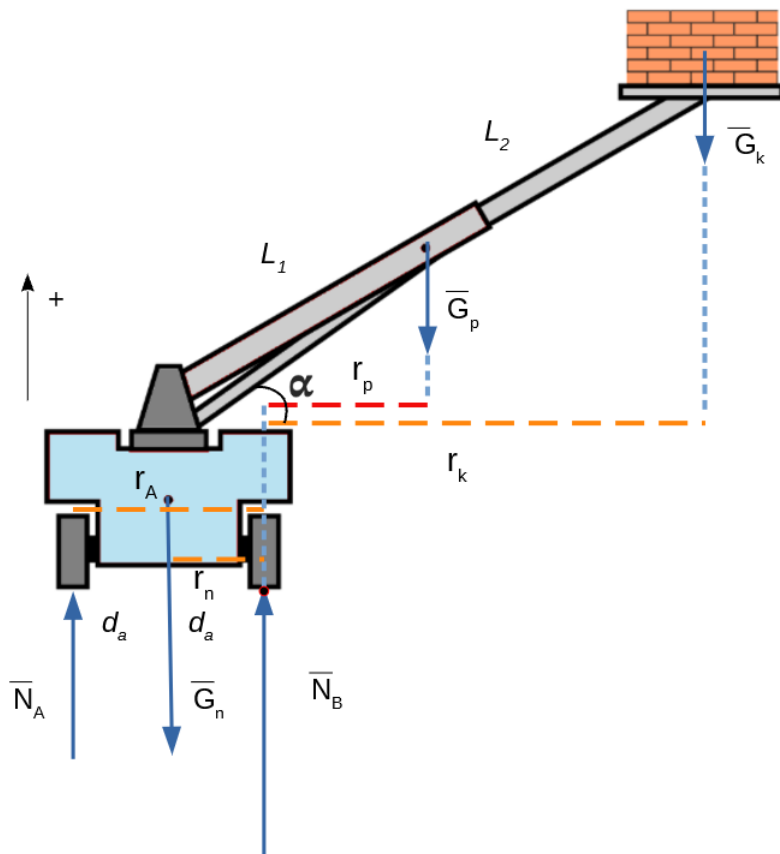
$$L_1 = 3,8 \text{ m}$$

$$L_2 = 4,2 \text{ m}$$

$$d_a = 1,4 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Piirretään telaketjunosturin voimakuvio.



3 p. (yht. 3 p.)

Muodostetaan nosturin liikeyhtälö Newtonin II lain mukaisesti. Auto on paikallaan, joten voimien summa on nolla.

$$\begin{aligned}\Sigma \overline{F} &= \overline{0} \\ \overline{N}_A + \overline{N}_B + \overline{G}_n + \overline{G}_p + \overline{G}_k &= 0 \\ N_A + N_B - G_n - G_p - G_k &= 0 \quad \text{3 p. (yht. 6 p.)} \quad (3)\end{aligned}$$

Muodostetaan myös momenttiyhtälö, sillä nosturiin kohdistuvien momenttien summan tulee myös olla nolla. Valitaan momenttipiste tukivoiman \overline{N}_B vaikutuspisteeseen.

Lasketaan momenttivarret kuvan geometriasta.

$$\begin{aligned}r_p &= \cos(\alpha)L_1 - d_a \\ r_k &= \cos(\alpha)(L_1 + L_2) - d_a \\ r_n &= d_a \\ r_A &= 2d_a \\ r_B &= 0\end{aligned}$$

Muodostetaan momenttiyhtälö tukivoiman \overline{N}_B vaikutuspisteen suhteen. Valitaan positiivinen pyörimissuunta myötäpäivään.

$$\begin{aligned}M_B &= 0 \\ N_A r_A - G_n r_n + G_p r_p + G_k r_k &= 0 \\ N_A 2d_a - G_n d_a + G_p (\cos(\alpha)L_1 - d_a) + G_k (\cos(\alpha)(L_1 + L_2) - d_a) &= 0 \quad \text{3 p. (yht. 9 p.)} \\ & \quad (4)\end{aligned}$$

Ratkaistaan laskimella tukivoimat N_A ja N_B yhtälöistä (3) ja (4).

$$\begin{aligned}N_B &= G_n + G_p + G_k - N_A \\ N_A &= \frac{G_n d_a - G_p (\cos(\alpha)L_1 - d_a) - G_k (\cos(\alpha)(L_1 + L_2) - d_a)}{2d_a}\end{aligned}$$

Sijoitetaan lukuarvot ja ratkaistaan tukivoiman N_B ja N_A suuruudet:

$$N_A = 8\,040,618 \dots \text{ N} \approx 8,0 \text{ kN}$$

$$N_B = 28\,648,78 \dots \text{ N} \approx 29 \text{ kN}$$

Newtonin III lain perusteella telaketju A kuormittaa maaperää 8,0 kN:n voimalla ja telaketju B 29 kN:n voimalla.

Vastaus: Telaketju A kuormittaa maaperää 8,0 kN:n voimalla 1 p. (yht. 10 p.) ja telaketju B 29 kN:n voimalla. 1 p. (yht. 11 p.)

5.2 Puomin pidentäminen kasvattaa sekä puomin painovoiman G_p ja kuorman painovoiman G_k aiheuttamia momentteja 1 p. (yht. 12 p.), sillä niiden momenttivarret kasvavat. Yhtälössä näitä painovoimien momentteja kumoavien voimien momentit eivät riipu puomin pituudesta, joten ne eivät puomia pidentämällä kasva. 1 p. (yht. 13 p.) Näin ollen momenttiehto ei ole voimassa ja nosturi kaatuu.

Nosturin kaatuminen voidaan estää esimerkiksi (yhden asian mainitseminen riittää)

- lisäämällä nk. vastapaino kuvassa nosturin vasemmalle puolelle. Tämä vastapaino aiheuttaa nosturiin kuorman kanssa eri suuntaisen momentin, jolloin nosturilla voidaan nostaa suurempia kuormia.
- keventämällä puomia. Jos puomi voidaan valmistaa kevyemmästä materiaalista, puomin painovoiman aiheuttama momentti pienenee.
- lisäämällä tukijalat. Nosturia sivulta päin tukevat tukijalat kasvattavat nosturin tukipinta-alaa.
- asentamalla leveämmät telat, jolloin tukipinta-ala kasvaa eikä kappale kaadu niin helposti.

2 p. (yht. 15 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

6. Virtamittarit (15 p.)

Aineisto:

6. A [Kuva: Virtapiiri virtamittarin sisäisen resistanssin määrittämiseen](#)
 6. B [Kuvaaja: Virtamittarin läpi menevä sähkövirta säätövastuksen resistanssin funktiona](#)

- 6.1 Haluat mitata virtapiirissä olevan vastuksen läpi kulkevan sähkövirran. Miten virtamittari tulee kytkeä virtapiiriin? Perustele vastaus Kirchhoffin virtalain avulla. (4 p.)
- 6.2 Kuvan [6.A](#) mukaisella virtapiirillä voidaan määrittää todellisen virtamittarin sisäinen resistanssi, R_m . Piirissä olevan etuvastuksen resistanssi R_0 on paljon suurempi kuin säätövastuksen resistanssi R_x , eli $R_0 \gg R_x$. Tällöin kokonaissähkövirta, I_0 , pysyy vakiona säätövastuksen asetuksesta riippumatta. Johda lauseke virtamittarin läpi kulkevalle sähkövirralle $I_0:n$, $R_x:n$ ja $R_m:n$ avulla. (7 p.)
- 6.3 Kuvan [6.A](#) virtapiirissä olevan virtamittarin näyttämä sähkövirran arvo on hahmoteltu säätövastuksen resistanssin funktiona kuvaajassa [6.B](#). Piirissä olevan tasajännitelähteen jännite ja etuvastuksen resistanssi ovat tuntemattomia. Miten voit määrittää kuvaajan avulla virtamittarin sisäisen resistanssin? Lisäksi merkitse kuvaajaan [6.B](#), mistä kohdasta virtamittarin sisäinen resistanssi luetaan ja liitä kuvaaja vastaukseen. (4 p.)

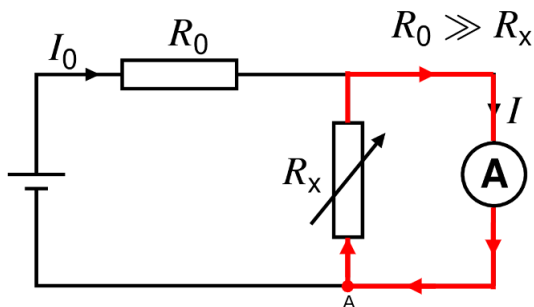
Ratkaisu.

- 6.1 Virtamittari tulee kytkeä vastuksen kanssa sarjaan. 2 p. (yht. 2 p.) Kirchhoffin virtalain mukaan johtimien risteyskohtaan saapuvien virtojen summa on yhtä suuri kuin risteyskohdasta lähtevien virtojen summa. Tästä seuraa, että risteämättömässä johtimessa kulkee kaikkialla yhtä suuri virta. Näin ollen sarjassa olevien vastuksen ja virtamittarin läpi kulkee sama virta, eli virtamittari mittaa vastuksen läpi kulkevan virran oikein. 2 p. (yht. 4 p.)
- 6.2 Merkitään säätövastuksen läpi kulkevaa virtaa I_x :llä. Kirchhoffin virtalain nojalla kokonaisvirta I_0 on yhtä suuri kuin säätövastuksen läpi kulkevan virran I_x ja virtamittarin läpi kulkevan virran I summa.

$$I_0 = I_x + I \quad (1)$$

2 p. (yht. 6 p.)

Muodostetaan Kirchhoffin 2. lain (jännitelaki) mukainen yhtälö silmukasta, jossa säätövastus ja virtamittari ovat (merkitty kuvaan alla punaisella) aloittaen säätövastuksen alapuolelta pisteestä A ja kiertäen myötäpäivään.



$$R_x I_x - R_m I = 0. \quad (2)$$

2 p. (yht. 8 p.)

Ratkaistaan laskinohjelmalla I yhtälöistä (1) ja (2):

$$I = \frac{R_x I_0}{R_m + R_x}. \quad (3 \text{ p. (yht. 11 p.)})$$

Vastaus: $I = \frac{R_x I_0}{R_m + R_x}.$

6.3 Muokataan edellisessä kohdassa johdettu kaava hieman erilaiseen muotoon.

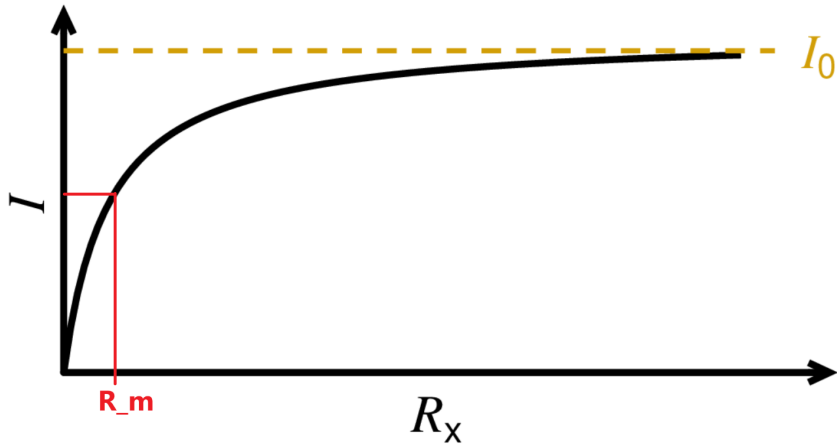
$$I = \frac{R_x I_0}{R_m + R_x}$$

$$I = \frac{I_0}{\frac{R_m}{R_x} + 1}$$

Tästä muodosta nähdään, että kun $R_x = R_m$, virtamittarin läpi kulkeva virta on

$$I = \frac{I_0}{\frac{R_m}{R_m} + 1} = \frac{I_0}{1 + 1} = \frac{I_0}{2}.$$

Täten virtamittarin sisäinen resistanssi voidaan määrittää lukemalla R_x :n arvo kohdasta, jossa I on puolet I_0 :sta. (2 p. (yht. 13 p.)



2 p. (yht. 15 p.)

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 21.3.2025) oltiin selitetty kuvaajan muoto, ja annettu tästä selityksestä kaksi pistettä. Tätä ei kuitenkaan kysytty tehtävässä, joten mielestämme täydet pisteet tulisi saada ilman kuvaajan muodon selittämistä.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

7. Valo (15 p.)

Oikea vastaus 2–3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p. Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluakaan jättää tehtävää arvosteltavaksi, poista vastauksesi valitsemalla pudotusvalikoista tyhjä rivi ja tyhjentämällä tekstivastauskenttien sisälöt.

7.1 Valitse oikea vastausvaihtoehto. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin. Valon nopeus lasissa on kuin valon nopeus ilmassa.

Vastauslaatikon vaihtoehdot: "suurempi", "yhtä suuri", "pienempi"

7.2 Valitse oikea vastausvaihtoehto. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin. Valon taajuus lasissa on kuin valon taajuus ilmassa.

Vastauslaatikon vaihtoehdot: "suurempi", "yhtä suuri", "pienempi"

7.3 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Punaisella valolla on tyhjiössä suurempi kuin sinisellä valolla.

7.4 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta jatkaa matkaansa ilmassa. Ilmiö on nimeltään .

7.5 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin, ja rajapinnan läpäiseminen muuttaa valon kulkusuuntaa. Ilmiö on nimeltään .

7.6 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Lasista tehdyn prisman avulla auringonvalo voidaan hajottaa väreihin, koska lasin riippuu valon aallonpituudesta.

7.7 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (3 p.)

Hilan avulla auringonvalo voidaan hajottaa väreihin, koska riippuu valon aallonpituudesta.

Ratkaisu.

7.1 Valitse oikea vastausvaihtoehto. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin. Valon nopeus lasissa on **pienempi** 2 p. (yht. 2 p.) kuin valon nopeus ilmassa.

Oikean vastauksen voi päätellä muistamalla, että lasi on optisesti tiheämpää kuin ilma, eli valon nopeus lasissa on pienempi kuin ilmassa. Vaihtoehtoisesti sen voi päätellä muistamalla tai etsimällä taulukosta ilman ja lasin taitekertoimet (ilmalle noin 1,0 ja lasille noin 1,5) ja käyttämällä taitekertoimen määritelmää $n = \frac{c}{v}$, missä c on valonnopeus tyhjiössä ja v on valon nopeus väliaineessa.

7.2 Valitse oikea vastausvaihtoehto. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin. Valon taajuus lasissa on **yhtä suuri** 2 p. (yht. 4 p.) kuin valon taajuus ilmassa.

Kun valo siirtyy eri aineeseen, sen nopeus ja aallonpituus muuttuvat, mutta taajuus säilyy samana. Tämä johtuu siitä, että taajuus riippuu vain valonlähteestä, ei väliaineesta.

7.3 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Punaisella valolla on tyhjiössä suurempi **aallonpituus** 2 p. (yht. 6 p.) kuin sinisellä valolla.

Punaisen valon aallonpituus on suurempi kuin sinisen valon. Sähkömagneettisen säteilyn spektri löytyy Mafy-tiluista!

7.4 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta jatkaa matkaansa ilmassa. Ilmiö on nimeltään **heijastuminen** 2 p. (yht. 8 p.).

Heijastumiseksi kutsutaan sitä, kun osa valosta muuttaa suuntaansa ja jatkaa matkaa rajapinnan samalla puolella.

7.5 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Valonsäde tulee ilmasta ilman ja lasin rajapintaan. Osa valosta etenee lasiin, ja rajapinnan läpäiseminen muuttaa valon kulkusuuntaa. Ilmiö on nimeltään **taantumisen** 2 p. (yht. 10 p.).

Taantumiseksi kutsutaan ilmiötä, jossa valo (tai muu aaltoliike) kulkee kahden väliaineen välisen rajapinnan läpi siten, että sen kulkusuunta muuttuu.

7.6 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (2 p.)

Lasista tehdyn prisman avulla auringonvalo voidaan hajottaa väreihin, koska lasin **taitekerroin** 2 p. (yht. 12 p.) riippuu valon aallonpituudesta.

Sininen valo (pienempi aallonpituus) taittuu enemmän kuin punainen valo (suurempi aallonpituus). Tämä johtuu siitä, että lasin taitekerroin on suurempi lyhyemmillä aallonpituuksilla.

7.7 Täydennä lause kirjoittamalla tyhjään kenttään yksi sana. (3 p.)

Hilan avulla auringonvalo voidaan hajottaa väreihin, koska **taipumiskulma** 3 p. (yht. 15 p.) riippuu valon aallonpituudesta.

Pisteytyksestä: Myös diffraktiokulma tulisi käydä vastaukseksi.

Hila hajottaa valon aallonpituuden mukaan, koska hilassa syntyvä interferenssikuvion on erilainen eri aallonpituuksille. Hilayhtälöstä $d \sin(\alpha) = n\lambda$ nähdään, että mitä pienempi valon on aallonpituus, sitä vähemmän valo taipuu hilassa.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

8. Alfahajoaminen (15 p.)

Aineisto:

8. A [Taulukko: Hiukkasten ja atomien massoja](#)

Suomalainen saa keskimäärin yli 60 % säteilyannoksestaan alfasäteilystä, joka on peräisin radonkaasusta. Säteilyannoksen aiheuttaja on Rn-222-isotooppi, jonka puoliintumisaika on 3,8 vuorokautta.

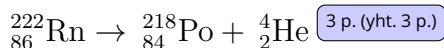
8.1 Kirjoita Rn-222:n alfahajoamisen hajoamisyhtälö. (3 p.)

8.2 Miksi radonkaasu aiheuttaa merkittävän säteilyannoksen, vaikka sen lähettämä alfasäteily pysähtyy jo esimerkiksi paperiin? (4 p.)

8.3 Laske taulukon 8.A avulla Rn-222:n alfahajoamisreaktiossa vapautuva energia. Millaisena energiana vapautuva energia ilmenee heti hajoamisen jälkeen? (8 p.)

Ratkaisu.

8.1



Alfahiukkaselle voidaan myös käyttää tunnusta α , jolloin reaktioyhtälö on:



8.2 Ihmisen iho antaa hyvän suojan elimistön ulkopuolisia alfahajoavia isotooppeja vastaan. Hengitettäessä radonkaasua sisältävää ilmaa radon pääsee keuhkojen sisälle. (2 p. (yht. 5 p.)) Siellä sen emittoimat alfahiukkaset osuvat suoraan herkkiin keuhkojen soluihin vaurioittaen niitä. (2 p. (yht. 7 p.)) Alfäsäteily on voimakkaasti ionisoivaa, joten säteilyannosta (säteilyn biologinen vaikutus) laskettaessa se saa suuren kertoimen. Alfahiukkaset vaurioittavat keuhkorakkuloiden solujen DNA:ta, tuhoten soluja ja aiheuttaen kudosisäilytyksiä, sekä mahdollisesti muuttavat niitä syöpäsoluiksi. Pitkään jatkunut altistus radonkaasulle melko pieninäkin pitoisuuksina lisää tämän vuoksi keuhkosyövän riskiä merkittävästi.

8.3

Ratkaisuvaihtoehto 1

$$m_e = 5,48579909 \cdot 10^{-4} \text{ u}$$

$$m_{\text{Rn}} = 222,017576 \text{ u}$$

$$m_{\text{Po}} = 218,008971 \text{ u}$$

$$m_{\alpha} = 4,00150618 \text{ u}$$

$$u = 931,494102 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Aineistossa on annettu sekä alfahiukkasen massa että heliumatomin massa, joten laskussa voidaan yhtä hyvin käyttää alfahiukkaselle heliumatomin massaa, kunhan siitä vähentää kahden elektronin massan.

Reaktiossa vapautuva energia voidaan laskea reaktion massaeron Δm avulla käyttäen kaavaa $E = \Delta mc^2$. 2 p. (yht. 9 p.)

Laskettaessa massaeroa täytyy vähentää annetuista atomeiden massaista atomin elektronien massa, jotta saadaan pelkkien ydinten massat. Lasketaan reaktion massaero:

$$\begin{aligned} \Delta m &= (m_{\text{Rn}} - 86 \cdot m_e) - (m_{\text{Po}} - 84 \cdot m_e + m_{\alpha}) \\ &= m_{\text{Rn}} - m_{\text{Po}} - m_{\alpha} - 2 \cdot m_e \quad \text{2 p. (yht. 11 p.)} \\ &= 222,017576 \text{ u} - 218,008971 \text{ u} - 4,00150618 \text{ u} - 2 \cdot 5,48579909 \cdot 10^{-4} \text{ u} \\ &= 0,00600166019 \text{ u} \end{aligned}$$

Lasketaan reaktiossa vapautuva energia:

$$\begin{aligned} E &= \Delta mc^2 \\ &= 0,00600166019 \text{ u} \cdot c^2 \\ &= 0,00600166019 \cdot 931,494102 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\ &= 5,590511 \dots \text{ MeV} \\ &\approx 5,59 \text{ MeV} \quad \text{2 p. (yht. 13 p.)} \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuva energia ilmenee tytärtyimen ja emittoituneen alfahiukkasen liike-energiaina. 2 p. (yht. 15 p.)

Koska tytärtyimen massa on paljon suurempi ja hajoamisessa liikemäärä säilyy, alfahiukkasen saama nopeus on paljon suurempi, ja siten myös tuotteiden liike-energiasta suurin osa on alfahiukkasen liike-energiaa.

On myös mahdollista, että tytärtyidin jää viritystilaan emittoiden gammafotonin myöhemmin, jolloin osa reaktiossa vapautuneesta energiasta jäisi tytärtyimen viritystilan energiaksi ja loput ilmenisivät reaktiotuotteiden liike-energiana.

Vastaus: Reaktiossa vapautuu energiaa 5,59 MeV, joka ilmenee reaktiotuotteiden liike-energiana.

Pisteytyksestä: YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 21.3.2025) annettiin pyöristys kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella laskettavaan erotukseen perustuen. On mahdollista, että muitakin pyöristyksiä hyväksytään.

Ratkaisuvaihtoehto 2

$$m_{\text{Rn}} = 222,017576 \text{ u}$$

$$m_{\text{Po}} = 218,008971 \text{ u}$$

$$m_{\text{He}} = 4,00260325 \text{ u}$$

$$u = 931,494102 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Reaktiossa vapautuva energia voidaan laskea reaktion massaeron Δm avulla käyttäen kaavaa $E = \Delta m c^2$. 2 p. (yht. 9 p.)

Laskettaessa massaeroa voimme käyttää alfahiukkaselle heliumatomin massaa, koska elektronit säilyvät reaktiossa ja näin elektronien massat supistuvat lausekkeesta. Lasketaan reaktion massaero:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_{\text{Rn}} - (m_{\text{Po}} + m_{\text{He}}) \quad \text{2 p. (yht. 11 p.)} \\ &= 222,017576 \text{ u} - (218,008971 \text{ u} + 4,00260325 \text{ u}) \\ &= 0,00600175 \text{ u} \end{aligned}$$

Lasketaan reaktiossa vapautuva energia:

$$\begin{aligned}
 E &= \Delta mc^2 \\
 &= 0,00600175 \text{ u} \cdot c^2 \\
 &= 0,00600175 \cdot 931,494102 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 \\
 &= 5,590594 \dots \text{ MeV} \\
 &\approx 5,59 \text{ MeV} \quad (2 \text{ p. (yht. 13 p.)})
 \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuva energia ilmenee tytärytimen ja emittoituneen alfahiukkasen liike-energioina. (2 p. (yht. 15 p.))

Koska tytärytimen massa on paljon suurempi ja hajoamisessa liikemäärä säilyy, alfahiukkasen saama nopeus on paljon suurempi, ja siten myös tuotteiden liike-energiasta suurin osa on alfahiukkasen liike-energiaa.

On myös mahdollista, että tytärydin jää viritystilaan emittoiden gammafotonin myöhemmin, jolloin osa reaktiossa vapautuneesta energiasta jäisi tytärytimen viritystilan energiaksi ja loput ilmenisivät reaktiotuotteiden liike-energiana.

Vastaus: Reaktiossa vapautuu energiaa 5,59 MeV, joka ilmenee reaktiotuotteiden liike-energiana.

Pisteytyksestä: YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 21.3.2025) annettiin pyöritys kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella laskettavaan erotukseen perustuen. On mahdollista, että muitakin pyörityksiä hyväksytään.

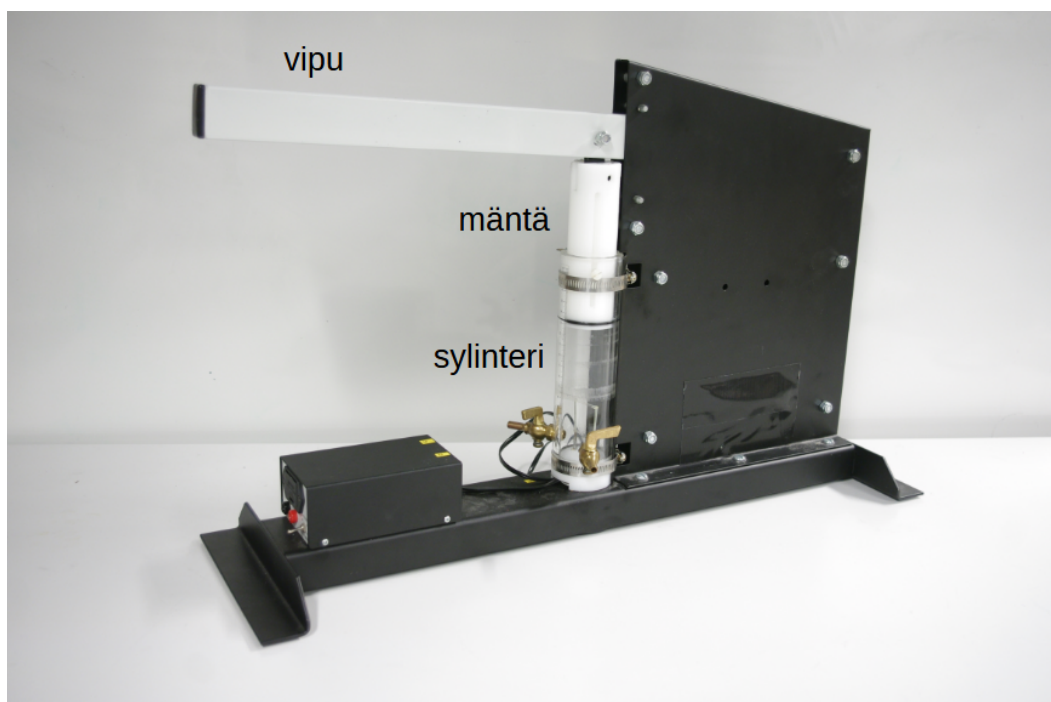
Värilliset tekstit ovat lisäselyksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

9. Kaasusylinteri (20 p.)

Aineisto:

9. A [Kuva: Tilavuus, paine ja lämpötila ajan funktiona](#)

Kuvan laitteessa on läpinäkyvä sylinteri, jossa liikkuu tiivis mäntä. Kun mäntää painetaan alas, sylinterissä oleva kaasu puristuu. Mäntään yhdistetyn vivun avulla kaasun tilavuutta pystytään muuttamaan hyvin nopeasti. Lämpöenergiaa voi siirtyä kaasun, sylinterin ja ulkoilman välillä.



Sylinterissä olevan kaasun tilavuutta, painetta ja lämpötilaa mitataan tietokoneella.

Alkutilanteessa sylinterissä on ilmaa, jonka paine ja lämpötila ovat samat kuin ulkoilman. Mittaus käynnistetään ja mäntä painetaan nopeasti alas. Mäntää pidetään paikallaan alhaalla hetken ja päästetään sitten ponnahtamaan takaisin ylös. Mäntä jää paikalleen yläasentoon. Saadaan kuvassa [9.A](#) esitetyt tilavuuden, paineen ja lämpötilan kuvaajat.

Tarkastellaan sylinterissä olevan ilman painetta, lämpötilaa ja sisäenergiaa kokeen eri vaiheissa. Oletetaan, että koetilanteessa ilma käyttäytyy kuten ideaalikaasu.

9.1 Vaihe 1: Mäntä painetaan nopeasti alas. (6 p.)

9.1.1 Miten ilman paine käyttäytyy vaiheen 1 mittauksessa? Selitä muiden suureiden mittaustulosten ja tilanteeseen sopivan kaasulain avulla, miksi paine käyttäytyy havaitulla tavalla. (3 p.)

9.2.2 Selitä tilanteeseen sopivan termodynamiikan pääsäännön avulla, kuinka ilman sisäenergia käyttäytyy vaiheessa 1. (3 p.)

9.2 Vaihe 2: Mäntää pidetään paikallaan alhaalla. (6 p.)

9.1.1 Miten ilman lämpötila käyttäytyy vaiheen 2 mittauksessa? Miksi lämpötila käyttäytyy havaitulla tavalla? (3 p.)

9.2.2 Selitä tilanteeseen sopivan termodynamiikan pääsäännön avulla, kuinka sylinterissä olevan ilman sisäenergia käyttäytyy vaiheessa 2. (3 p.)

9.3 Vaihe 3: Mäntä päästetään ponnahtamaan ylös. (5 p.)

9.1.1 Selitä tilanteeseen sopivan termodynamiikan pääsäännön avulla, kuinka ilman sisäenergia käyttäytyy vaiheessa 3. (3 p.)

9.2.2 Miten ilman lämpötila käyttäytyy vaiheen 3 mittauksessa? Miksi lämpötila käyttäytyy havaitulla tavalla? (2 p.)

9.4 Vaihe 4: Mäntä on palannut yläasentoon ja pysyy paikallaan. (3 p.)

9.1.1 Miten paine käyttäytyy vaiheen 4 mittauksessa? Selitä paineen käyttäytyminen muiden suureiden mittaustulosten ja tilanteeseen sopivan kaasulain avulla. (3 p.)

Ratkaisu.

9.1

9.1.1

Ratkaisuvaihtoehto 1

Paine kasvaa. 1 p. (yht. 1 p.)

Sylinteri on suljettu ja mäntä on tiivis, joten ilman ainemäärä sylinterissä pysyy vakiona. Voidaan siis soveltaa ideaalikaasun tilayhtälöä vakioainemäärälle:

$$\frac{pV}{T} = \text{vakio}$$

Kuvaajista nähdään, että lämpötila T kasvaa ja tilavuus V pienenee, joten yhtälöstä voidaan päätellä, että paineen täytyy kasvaa. (2 p. (yht. 3 p.))

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kuvaajan perusteella paine kasvaa (1 p. (yht. 1 p.)) puristuksen aikana noin arvosta $p_1 = 100 \text{ kPa}$ arvoon $p_2 = 250 \text{ kPa}$.

Sylinteri on suljettu ja mäntä on tiivis, joten ilman ainemäärä sylinterissä pysyy vakiona. Voidaan siis soveltaa ideaalikaasun tilayhtälöä vakioainemäärälle:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$p_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1.$$

Tilavuuden kuvaajasta nähdään, että tilavuus pienenee noin arvosta $V_1 = 200 \text{ cm}^3$ arvoon $V_2 = 100 \text{ cm}^3$, ja lämpötila kasvaa noin arvosta $T_1 = 290 \text{ K}$ arvoon $T_2 = 370 \text{ K}$. Lasketaan yllä johdetun kaavan avulla ennuste ilman paineelle puristuksen lopussa.

$$p_2 = \frac{200 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3} \cdot \frac{370 \text{ K}}{290 \text{ K}} \cdot 100 \text{ kPa}$$

$$= 255,172 \dots \text{ kPa},$$

mikä vastaa mitattua loppupainetta. (2 p. (yht. 3 p.))

9.1.2 Termodynamiikan 1. pääsäännön mukaan kaasusysteemin sisäenergian muutos on

$$\Delta U = Q + W,$$

missä Q on systeemiin siirtynyt lämpömäärä ja W on systeemiin tehty puristustyö. Nopeasti tapahtuvassa puristuksessa lämpöä ei ehdi merkittävästi siirtyä sylinteristä ulos, joten $Q \approx 0$. Kaasua puristetaan kasaan, joten $W > 0$. (2 p. (yht. 5 p.)) Näin ollen kaasun sisäenergia kasvaa (1 p. (yht. 6 p.))

liikimain tehdyn puristustyön verran.

9.2

- 9.2.1 Kuvaajasta nähdään, että lämpötila laskee 1 p. (yht. 7 p.) **hidastuvasti koh-
ti ympäristön lämpötilaa**. Tilavuus pysyy vakiona, joten systeemiin ei teh-
dä puristustyötä eikä systeemi tee laajenemistyötä. Ainoa muutoksen ai-
heuttava ilmiö on siis lämmön siirtyminen sylinterin sisällä olevan ilman ja
ympäristön välillä. Puristuksen jälkeen sylinterin sisällä oleva ilma on kor-
keammassa lämpötilassa kuin ympäristö, joten lämpöä siirtyy sylinterin si-
sältä ympäristöön systeemin pyrkiessä termodynaamiseen tasapainoon.
2 p. (yht. 9 p.) **Lämmön siirtymisteho on verrannollinen lämpötilaeroon, jo-
ten mitä lähemmäksi ympäristön lämpötilaa sylinterin sisällä olevan ilman
lämpötila laskee, sitä pienemmällä teholla lämpöä siirtyy, ja edelleen sitä
hitaammin sylinterin sisällä olevan ilman lämpötila laskee.**

- 9.2.2 Termodynamiikan 1. pääsäännön mukaan kaasusysteemin sisäenergian
muutos on

$$\Delta U = Q + W,$$

missä Q on systeemiin siirtynyt lämpömäärä ja W on systeemiin tehty pu-
ristustyö. Kun mäntää pidetään paikallaan, puristustyö $W = 0$. Lämpöä
siirtyy sylinterin sisältä ympäristöön, joten $Q < 0$ 2 p. (yht. 11 p.) ja sylinteris-
sä olevan ilman sisäenergia siis pienenee. 1 p. (yht. 12 p.)

9.3

- 9.3.1 Termodynamiikan 1. pääsäännön mukaan kaasusysteemin sisäenergian
muutos on

$$\Delta U = Q + W,$$

missä Q on systeemiin siirtynyt lämpömäärä ja W on systeemiin tehty
puristustyö. Kun mäntä päästetään ponnahtamaan ylös, muutos tapah-
tuu niin nopeasti, ettei sen aikana lämpöä ehdi juuri siirtyä systeemin ja
ympäristön välillä. Näin ollen $Q \approx 0$. Sylinterissä olevan ilman tilavuus
kasvaa, joten se tekee laajenemistyön, eli $W < 0$. 2 p. (yht. 14 p.) Sylinterissä
olevan ilman sisäenergia siis pienenee. 1 p. (yht. 15 p.)

9.3.2

Ratkaisuvaihtoehto 1

Lämpötila laskee. 1 p. (yht. 16 p.) Ideaalikaasun sisäenergiasta tiedetään, että se on sitä suurempi, mitä suurempi on kaasun lämpötila. Kohdan 9.3.1 perusteella tiedetään sisäenergian laskevan, joten näin ollen myös lämpötilan täytyy laskea. 1 p. (yht. 17 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kuvaajan perusteella lämpötila laskee 1 p. (yht. 16 p.) nopeasti noin arvosta $T_3 = 300 \text{ K}$ noin arvoon $T_4 = 250 \text{ K}$. Muiden kuvaajien perusteella tilavuus kasvaa arvosta $V_3 = 100 \text{ cm}^3$ arvoon $V_4 = 200 \text{ cm}^3$ ja paine pienenee arvosta $p_3 = 210 \text{ kPa}$ arvoon $p_4 = 90 \text{ kPa}$. Sovelletaan kohdan 9.1.1 tapaan ideaalikaasun tilayhtälöä ja lasketaan sen mukainen ennuste lämpötilalle ponnahduksen päätteeksi.

$$\begin{aligned}\frac{p_3 V_3}{T_3} &= \frac{p_4 V_4}{T_4} \\ T_4 &= \frac{p_4}{p_3} \cdot \frac{V_4}{V_3} \cdot T_3 \\ &= \frac{90 \text{ kPa}}{210 \text{ kPa}} \cdot \frac{200 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3} \cdot 300 \text{ K} \\ &= 257,142 \dots \text{ K},\end{aligned}$$

mikä vastaa mitattua loppulämpötilaa. 1 p. (yht. 17 p.)

9.4

9.4.1

Ratkaisuvaihtoehto 1

Paine kasvaa. 1 p. (yht. 18 p.) Kohdan 9.1.1 tapaan voidaan soveltaa ideaalikaasun tilayhtälöä vakioainemäärälle:

$$\frac{pV}{T} = \text{vakio}$$

Kuvaajien perusteella tilavuus pysyy vakiona ja lämpötila kasvaa, joten yhtälön perusteella paineen täytyy kasvaa. 2 p. (yht. 20 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kuvaajan perusteella paine kasvaa 1 p. (yht. 18 p.) hidastuvasti noin arvosta $p_4 = 90 \text{ kPa}$ arvoon $p_5 = 100 \text{ kPa}$, eli ympäristön paineeseen.

Muiden kuvaajien perusteella tilavuus pysyy vakiona, eli $V_4 = V_5$, ja lämpötila kasvaa hidastuvasti noin arvosta $T_4 = 250 \text{ K}$ arvoon 290 K . Laskeetaan ennuste loppupaineelle kuten aiemmin.

$$\begin{aligned}\frac{p_4 V_4}{T_4} &= \frac{p_5 V_4}{T_5} \\ p_5 &= \frac{T_5}{T_4} \cdot p_4 \\ &= \frac{290 \text{ K}}{250 \text{ K}} \cdot 90 \text{ K} \\ &= 104,4 \text{ kPa},\end{aligned}$$

mikä vastaa mitattua loppupainetta. 2 p. (yht. 20 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

10. Ulvova ääniputki (20 p.)

Aineisto:

10. A [Teksti: Ulvova ääniputki](#)

10. B [Kuva: Putken tuottaman äänen taajuusspektri](#)

Kun tekstissä [10.A](#) kuvailtua ääniputkea pyöritetään, syntyy ääni, jonka taajuusspektri on annettu kuvassa [10.B](#). Putki on avoin molemmista päistä, ja sen pituus on 85,4 cm. Kokeita suoritettaessa äänen nopeus ilmassa on 343 m/s.

- 10.1 Tarkastele putken sisällä olevaa ilmaa. Liikkuuko ilma pyörittäjää kohti, pyörittäjästä pois päin vai edestakaisin? Perustele vastauksesi. (4 p.)
- 10.2 Kuvan [10.B](#) spektrissä (1) on tunnistettu kolme ominaistajuutta. Määritä ominaistajuuksien kertaluvut käyttäen sopivaa fysikaalista mallia. (4 p.)
- 10.3 Kun putkea pyöritetään nopeammin, taajuusspektri muuttuu kuvan [10.B](#) spektrin (2) mukaiseksi. Määritä ominaistajuuksien kertaluvut. Laske, paljonko putki on venynyt. (4 p.)
- 10.4 Miksi ominaistajuudet ovat kuvan [10.B](#) spektrissä (2) siirtyneet korkeammille taajuuksille? (4 p.)
- 10.5 Johda lauseke, josta ilmenee, kuinka mones yläsävel putkessa soi, kun putken sisällä virtaavan ilman nopeus on u . (4 p.)

Ratkaisu.

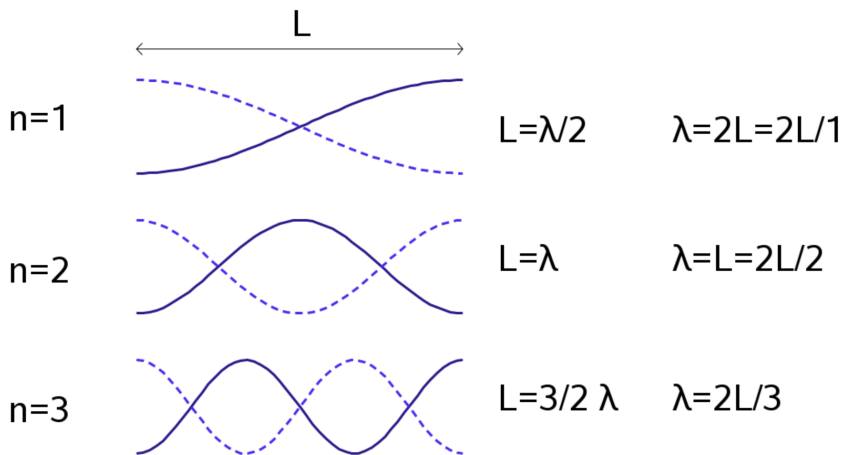
- 10.1 Putken sisään syntyvä putken suuntainen seisova aaltoliike, jonka vaikutuksesta putken sisällä oleva ilma värähtelee putken sisällä paikallisesti edestakaisin. Kokonaisuutena tarkasteltaessa putken sisäinen ilma kuitenkin virtaa vapaasta päästä ulos ja kahvan päästä sisään putkeen. (2 p. (yht. 2 p.)) Putken sisällä oleva ilma joutuu putkea pyöritettäessä putken seinämän ilmaan kohdistaman voiman vaikutuksesta ympyräradalle, mutta ilmaan ei kohdistu voimaa, joka antaisi sille normaalikiihtyvyyden, joten se virtaa pois päin pyörimiskeskustään. (2 p. (yht. 4 p.))

10.2

$$v = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L = 85,4 \text{ cm} = 0,854 \text{ m}$$

Kyseessä on molemmista päistään avoin putki. Piirretään sen sisään muodostuvia ominaisvärähtelyjä, jotta voidaan selvittää ominaisvärähtelyjen taajuus.



Huomataan, että putken sisään muodostuvien ominaisvärähtelyjen aallonpituuksille pätee

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Toisaalta aaltoliikkeen perusyhtälön nojalla

$$\begin{aligned}
 v &= f_n \lambda_n \\
 f_n &= \frac{v}{\lambda_n} \\
 &= \frac{v}{\frac{2L}{n}} \\
 &= \frac{v}{2L} \cdot n && (1) \\
 &= \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0,854 \text{ m}} \cdot n \\
 &= 200,8196 \dots \text{ Hz} \cdot n \\
 &\approx 200 \text{ Hz} \cdot n && (2)
 \end{aligned}$$

2 p. (yht. 6 p.)

Ratkaistaan n kunkin kuvaajan (1) taajuuden tapauksessa.

$$\begin{aligned}
 200 \text{ Hz} \cdot n &= 806 \text{ Hz} \\
 n &= 4,03 \approx 4 \\
 200 \text{ Hz} \cdot n &= 1608 \text{ Hz} \\
 n &= 8,04 \approx 8 \\
 200 \text{ Hz} \cdot n &= 2400 \text{ Hz} \\
 n &= 16
 \end{aligned}$$

2 p. (yht. 8 p.)

Vastaus: Taajuuksien kertaluvut pienimmästä taajuudesta suurimpaan ovat 4, 8 ja 16.

10.3 Oletetaan kertalukujen määrittämiseksi, että putki on venynyt vain vähän. Mää-

ritetään kertaluvut samaan tapaan kuin kohdassa 10.2.

$$200 \text{ Hz} \cdot n = 1176 \text{ Hz}$$

$$n = 5,88 \approx 6$$

$$200 \text{ Hz} \cdot n = 2354 \text{ Hz}$$

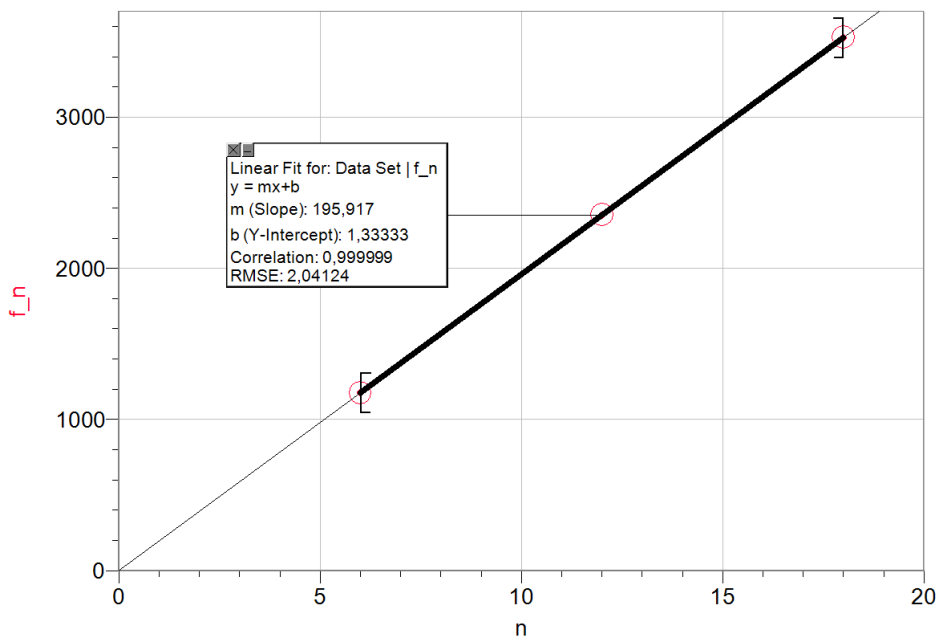
$$n = 11,77 \approx 12$$

$$200 \text{ Hz} \cdot n = 3527 \text{ Hz}$$

$$n = 17,635 \approx 18$$

2 p. (yht. 10 p.)

Piirretään ominaistajuudet ja niitä vastaavat kertaluvut (n, f_n) -koordinaatistoon ja sovitetaan pisteisiin suora.



Ratkaistaan putken pituus L suoran fysikaalisen kulmakertoimen avulla.

$$\frac{v}{2L_2} = 195,917 \text{ Hz}$$

$$L_2 = \frac{v}{2 \cdot 195,917 \text{ Hz}}$$

$$L_2 = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 195,917 \text{ Hz}}$$

$$L_2 = 0,87537 \dots \text{ m}$$

Putki on siis venynyt

$$L_2 - L = 0,87537 \dots \text{ m} - 0,854 \text{ m}$$

$$= 0,02137 \dots \text{ m}$$

$$\approx 2,1 \text{ cm}$$

2 p. (yht. 12 p.)

Pisteytyksestä: YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 21.3.2025) perusteella ei välttämättä tarvitse käyttää suoran sovitus täysien pisteiden saamiseksi, vaan riittänee laskea putken pituus kunkin taajuuden avulla erikseen ja käyttää keskiarvoa tai päätellä pyöristetty arvo.

Vastaus: Taajuuksien kertaluvut pienimmästä taajuudesta suurimpaan ovat 6, 12 ja 18. Putki on venynyt 2,1 cm.

- 10.4 Kun putkea pyöritetään nopeammin, sen sisällä olevan ilman virtausnopeus kasvaa. 1 p. (yht. 13 p.) Tämän seurauksena virtaava ilma törmää putken seinämien ryppyihin suuremmalla taajuudella, eli ryppy aiheuttavat korkeampitaajuisia värähtelyä putken sisällä olevaan ilmaan. 2 p. (yht. 15 p.) Tämän takia muodostuu resonanssi, jossa korkeampitaajuiset ominaisvärähtelyt vahvistuvat.

1 p. (yht. 16 p.)

- 10.5 Merkitään peräkkäisten ryppejen välimatkaa d :llä ja ilman virtausnopeutta putken sisällä u :lla. Tällöin aika, joka ilmalta kuluu virrata peräkkäisten ryppejen välimatka, on

$$t = \frac{d}{u},$$

eli törmäyksiä ryppyjen kanssa tapahtuu taajuudella

$$f = \frac{1}{t} = \frac{u}{d}. \quad \text{2 p. (yht. 18 p.)}$$

Ratkaistaan tämän ja kaavan (1) avulla ominaistajuuden kertaluku. Vaikka ääniaallot liikkuvat putkessa värähtelyn etenemisen lisäksi myös ilman virtaamisen vaikutuksesta, voimme olettaa, että ilman virtausnopeus u on paljon pienempi kuin äänen nopeus v . Tällöin ilman virtausnopeuden vaikutusta ominaistajuuteen ei tarvitse huomioida.

$$\frac{v}{2L} \cdot n = \frac{u}{d}$$

$$n = \frac{2Lu}{vd}. \quad \text{2 p. (yht. 20 p.)}$$

Vastaus: Putkessa soivan yläsävelen kertaluku on $n = \frac{2Lu}{vd}$, missä L on putken pituus, u on putkessa virtaavan ilman virtausnopeus, v on äänen nopeus ilmassa ja d on putken seinämien peräkkäisten ryppyjen välimatka.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

11. DART-luotain (20 p.)

Aineisto:

11. A [Teksti: DART-luotaimen törmäys Didymoksen kuuhun](#)

Vuonna 2021 Nasan DART-luotain törmäytettiin suurella nopeudella Didymos-asteroidia kiertävään pieneen kuuhun tarkoituksena muuttaa kuun kiertorataa. Lue teksti [11.A](#) ja vastaa seuraaviin osatehtäviin.

- 11.1 Laske kiertoajan perusteella kuun ratanopeus ennen törmäystä. (8 p.)
- 11.2 Määritä kuun kiertoajan muutoksen perusteella sen ratanopeuden muutos. (3 p.)
- 11.3 Laske ennuste ratanopeuden muutokselle täysin kimmottomassa törmäyksessä. Kuinka moninkertainen havaittu ratanopeuden muutos on ennusteeseen verrattuna? (6 p.)
- 11.4 Mistä aiheutuu ennusteen (osatehtävä 11.3) ja havainnon (osatehtävä 11.2) välinen ero? (3 p.)

Ratkaisu.

11.1

$$T_1 = 11 \text{ h } 55 \text{ min} = 11 \cdot 3600 \text{ s} + 55 \cdot 60 \text{ s} \\ = 42\,900 \text{ s}$$

$$\gamma = 6,67439 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$M_a = 5,6 \cdot 10^{11} \text{ kg}$$

Kuu on ympyräliikkeessä, jolloin sen ratanopeus saadaan lausekkeesta

$$v_1 = \frac{2\pi r}{T_1} \quad \text{2 p. (yht. 2 p.)}, \quad (1)$$

missä r on kuun ympyräliikkeen säde eli kuun keskipisteen etäisyys Didymoksen keskipisteestä ja T kiertoaika Didymoksen ympäri.

Kuun pitää ympyräliikkeessä kiertoradallaan Didymoksen ja kuun välinen painovoima. Painovoima siis aiheuttaa kuulle keskeiskiihtyvyyden. Newtonin II laki ja Newtonin gravitaatiolakia soveltamalla saadaan yhtälö

$$\begin{aligned}
 G &= ma_n \\
 \gamma \frac{M_a M_k}{r^2} &= M_k a_n \quad \parallel a_n = \frac{v_1^2}{r} \\
 \gamma \frac{M_a M_k}{r^2} &= M_k \cdot \frac{v_1^2}{r} \quad \text{2 p. (yht. 4 p.)} \\
 \gamma \frac{\cancel{M_a} \cancel{M_k}}{r^{\cancel{2}}} &= \cancel{M_k} \cdot \frac{v_1^2}{r} \\
 \gamma \frac{M_a}{r} &= v_1^2 \quad (2)
 \end{aligned}$$

Nyt yhtälöistä (1) ja (2) voidaan ratkaista ratanopeus v laskimella.

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \sqrt[3]{\frac{2\pi\gamma M_a}{T_1}} \quad \text{2 p. (yht. 6 p.)} \\
 v_1 &= \sqrt[3]{\frac{2\pi \cdot 6,67439 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,6 \cdot 10^{11} \text{ kg}}{42\,900 \text{ s}}} \\
 v_1 &= 0,17624 \dots \text{ m/s} \approx 0,18 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Kuun ratanopeus ennen törmäystä oli noin 0,18 m/s. 2 p. (yht. 8 p.)

Yhtälöiden (1) ja (2) muodostaman yhtälöparin ratkaiseminen ilman laskinta:

$$\begin{cases} v_1 &= \frac{2\pi r}{T_1} \\ \gamma \frac{M_a}{r} &= v_1^2 \end{cases}$$

Ratkaistaan yhtälöstä (1) r ja sijoitetaan sen lauseke yhtälöön (2):

$$v_1 = \frac{2\pi r}{T_1}$$

$$v_1 T_1 = 2\pi r$$

$$r = \frac{v_1 T_1}{2\pi}$$

Sijoitetaan alempaan yhtälöön:

$$\gamma \frac{M_a}{r} = v_1^2 \quad \parallel \text{ sij. } r = \frac{v_1 T_1}{2\pi}$$

$$\gamma \frac{M_a}{\frac{v_1 T_1}{2\pi}} = v_1^2$$

$$\gamma \frac{M_a \cdot 2\pi}{v T_1} = v_1^2$$

$$\gamma \frac{M_a \cdot 2\pi}{T_1} = v_1^3$$

$$v_1 = \sqrt[3]{\gamma \frac{M_a \cdot 2\pi}{T_1}}$$

11.2

$$\Delta T = 33 \text{ min} = 33 \cdot 60 \text{ s} = 1980 \text{ s}$$

Lasketaan uusi kiertoaika.

$$T_2 = T_1 - \Delta T$$

$$T_2 = 42\,900 \text{ s} - 1980 \text{ s}$$

$$T_2 = 40\,920 \text{ s}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Käytetään kohdassa 11.1 saatu lauseketta ja lasketaan uusi ratanopeus.

$$v_2 = \sqrt[3]{\gamma \frac{M_a \cdot 2\pi}{T_2}}$$

$$v_2 = \sqrt[3]{\frac{6,67439 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,6 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot 2\pi}{40\,920 \text{ s}}}$$

$$v_2 = 0,179037 \dots \text{ m/s} \quad (1 \text{ p. (yht. 9 p.)})$$

Lasketaan, paljonko ratanopeus muuttuu.

$$\Delta v = v_2 - v_1 \quad (1 \text{ p. (yht. 10 p.)})$$

$$\Delta v = 0,179037 \dots \text{ m/s} - 0,17624 \dots \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 0,002797 \dots \text{ m/s} \approx 0,0028 \text{ m/s}$$

Vastaus: Kuun ratanopeus kasvoi noin 0,0028 m/s. 1 p. (yht. 11 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Tehtävän ensimmäisessä kohdassa saadusta yhtälöstä nähdään, että kiertoaika on kääntäen verrannollinen ratanopeuden kolmanteen potenssiin. Ratanopeuden ja kiertoajan välille voidaan siis muodostaa yhtälö

$$v = k \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{T}},$$

missä k on vakio ja T on kiertoaika.

Muodostetaan verranto kiertoajoille ja ratkaistaan uusi ratanopeus v_2 .

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{k \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{T_1}}}{k \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{T_2}}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{T_1}}{\frac{1}{T_2}}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}}} \quad (1 \text{ p. (yht. 9 p.)})$$

$$v_2 = \frac{0,17624 \dots \text{ m/s}}{\sqrt[3]{\frac{40\,920 \text{ s}}{42\,900 \text{ s}}}}$$

$$v_2 = 0,179037 \dots \text{ m/s}$$

Lasketaan, paljonko ratanopeus muuttuu

$$\Delta v = v_2 - v_1 \quad (1 \text{ p. (yht. 10 p.)})$$

$$\Delta v = 0,179037 \dots \text{ m/s} - 0,17624 \dots \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 0,002797 \dots \text{ m/s} \approx 0,0028 \text{ m/s}$$

Vastaus: Kuun ratanopeus kasvoi noin 0,0028 m/s. 1 p. (yht. 11 p.)

11.3

$$v_D = 6,1 \text{ km/s} = 6100 \text{ m/s}$$

$$m_D = 580 \text{ kg}$$

$$M_k = 4,3 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

Aiemman kohdan laskuista nähdään, että ratanopeus kasvaa törmäyksessä. Näin ollen luotain liikkuu kuun kanssa samansuuntaisesti ja kuun ja luotaimen liikemäärät ovat ennen törmäystä samaan suuntaan.

Luotaimen nopeus oli kerrottu aineistossa suhteessa kuuhun, mikä tarkoittaa, että luotaimen nopeus kuusta katsottuna on $6,1 \text{ km/s}$. Täysin kimmottamassa törmäyksessä luotain jää kiinni kuuhun ja törmäyksessä liikemäärä säilyy. Liikemäärän säilymlaki:

$$m_D v_D = (m_D + M_k) \Delta u_{\text{ennuste}} \quad \text{1 p. (yht. 12 p.)}$$

Ratkaistaan ratanopeuden muutos $\Delta u_{\text{ennuste}}$:

$$\begin{aligned} m_D v_D &= (m_D + M_k) \Delta u_{\text{ennuste}} \\ \Delta u_{\text{ennuste}} &= \frac{m_D v_D}{(m_D + M_k)} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)} \\ \Delta u_{\text{ennuste}} &= \frac{580 \text{ kg} \cdot 6100 \text{ m/s}}{580 \text{ kg} + 4,3 \cdot 10^9 \text{ kg}} \\ \Delta u_{\text{ennuste}} &= 0,00082279 \dots \text{ m/s} \end{aligned}$$

Kuun liikemäärä ennen törmäystä on tässä nolla, koska luotainta tarkastellaan nimenomaan kuun suhteen eli ajatellaan, että kuu on paikallaan, ja silloin luotaimen nähdään liikkuvan nopeudella 6100 m/s kuuta kohti.

Havaitun ratanopeuden muutoksen ja ennustetun ratanopeuden muutoksen suhde

$$\begin{aligned} \frac{\Delta v}{\Delta u_{\text{ennuste}}} &= \frac{0,002797 \dots \text{ m/s}}{0,00082279 \dots \text{ m/s}} \quad \text{1 p. (yht. 16 p.)} \\ &= 3,40065 \dots \approx 3,4. \end{aligned}$$

Vastaus: Ratanopeuden muutos on 3,4-kertainen ennusteeseen verrattuna.

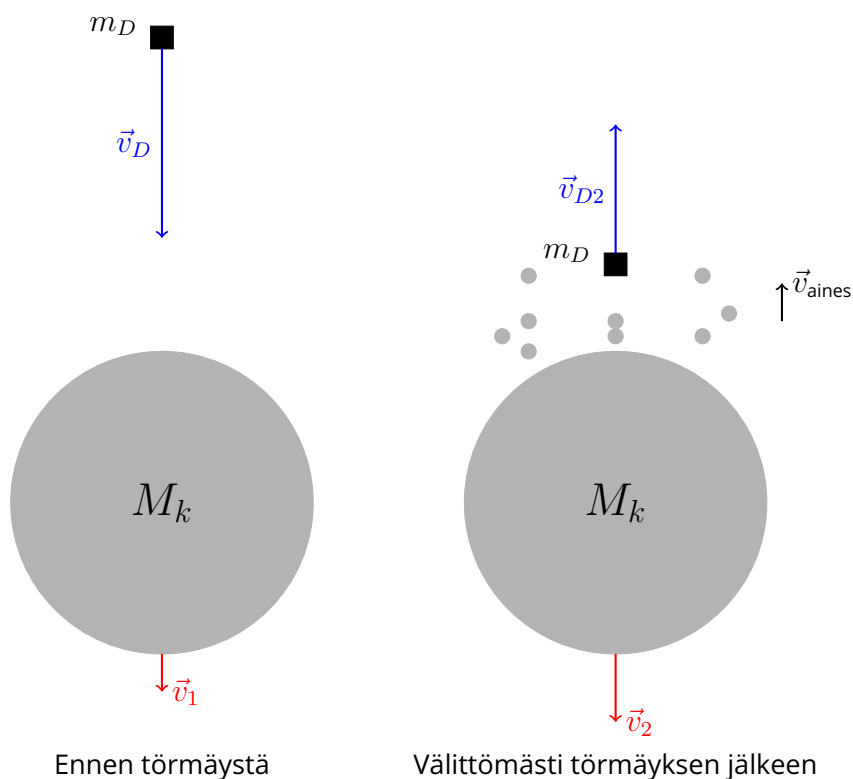
1 p. (yht. 17 p.)

- 11.4 Laskelmista huomataan, että *todellisuudessa* ratanopeuden suuruus muuttui enemmän kuin pelkän kimmottoman törmäyksen mallissa. Todellisuudessa kuu siis liikkuu törmäyksen jälkeen suuremmalla vauhdilla kuin sen ennusteen mukaan pitäisi liikkua.

Riippumatta siitä, onko törmäys täysin kimmoton vai ei, liikemäärä säilyy tarkastelusuunnassa, koska tarkastelusuunnassa ulkoisten voimien (asteroidin aiheuttama painovoima) impulssi on nolla.

Todellinen nopeus on suurempi kuin mallin mukainen nopeus luultavasti siksi, että kuun pinnasta irtoavan aineksen vaikutusta ei huomioitu. 1 p. (yht. 18 p.)
 Mitä suurempi irtoavan aineksen liikemäärä on ja mitä tarkemmin sitä irtoaa kuun vauhdin kanssa vastakkaiseen suuntaan, sitä suurempi kuun törmäyksen jälkeinen nopeus on. 2 p. (yht. 20 p.)

Kuun nopeus voi muuttua myös siksi, että luotaimen törmäys kuuhun ei olekaan täysin kimmoton, vaan luotain lähtee törmäyksen jälkeen kuun vauhdin kanssa vastakkaiseen suuntaan. Tällöin liikemäärän säilymlain vuoksi kuun liikemäärän tulee muuttua vastakkaiseen suuntaan eli kuun nopeus alkuperäiseen suuntaan kasvaa.



Kuvia ei vaadita ratkaisussa.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!