

FYSIIKKA

YO-MALLIVASTAUKSET

SYKSY 2024

SUOMEN KATTAVIMMAT MALLIVASTAUKSET

Kaikkien lukiolaisten ja lukion opettajien ilmaiseen käyttöön.

67 % LÄÄKETIETEEN ALOITUSPAIKOISTA

Mafyn opiskelijat veivät 67% lääketieteen pääsykoepaikoista 2024.

60 % PK-SEUDUN LUKIOLAISISTA

opiskelee Mafynetillä yo-kirjoituksiin.

Mafy

PALVELUITAMME OVAT

- Mafynetti-oppimissovellus
- Lääketieteen valmennuskurssit
- Diplomi-insinööri- ja tietojenkäsittelytieteen valmennuskurssit
- Kauppatieteen valmennuskurssit
- Ylioppilaskirjoituksiin valmistavat kertauskurssit

MALLIVASTAUKSET LAATII MAFYN OPPIMATERIAALITIIMI

Tiimi kehittää lukion oppimateriaaleja. Mallivastausten tekemiseen osallistuivat Sakke Suomalainen, Linnea Tokola, Tuulia Tokola, Jaakko Alasuvanto, Lassi Vienonen, Timo Kalinainen ja Matti Virolainen.

KÄYTTÖEHDOT

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafy.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty.

Lukion opettajana voit käyttää tätä asiakirjaa oppimateriaalina lukion kurseillasi. Nämä mallivastaukset ovat Mafy Oy:n omaisuutta.

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	10
Ratkaisu tehtävään 3	15
Ratkaisu tehtävään 4	18
Ratkaisu tehtävään 5	25
Ratkaisu tehtävään 6	33
Ratkaisu tehtävään 7	37
Ratkaisu tehtävään 8	41
Ratkaisu tehtävään 9	46
Ratkaisu tehtävään 10	59
Ratkaisu tehtävään 11	69

Malliratkaisut päivitetty 27. syyskuuta 2024 klo. 16:28.

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa osatehtävässä parhaiten soveltuva vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Kun jääpala sulaa vesilasissa, (2 p.)

- ☐ veden pinta laskee.
- ☐ veden pinnan korkeus ei muutu.
- ☐ veden pinta nousee.

1.2 Jäätiköiden sulamisesta puhutaan paljon. Kun jäätikkö sulaa, (2 p.)

- ☐ se sitoo lämpöä ilmakehästä ja laskee ympärillään olevan ilman lämpötilaa.
- ☐ se vapauttaa lämpöä ilmakehään ja laskee ympärillään olevan ilman lämpötilaa.
- ☐ se sitoo lämpöä ilmakehästä ja nostaa ympärillään olevan ilman lämpötilaa.
- ☐ se vapauttaa lämpöä ilmakehään ja nostaa ympärillään olevan ilman lämpötilaa.

1.3 Kun kitaran kieli värähtelee, (2 p.)

- ☐ kielen molemmissa päissä on solmu.
- ☐ kielen molemmissa päissä on kupu.
- ☐ kielen toisessa päässä on solmu ja toisessa kupu.
- ☐ kielen päissä voi olla solmu tai kupu riippuen värähtelyn taajuudesta.

1.4 Päästään kiinnitetty kitaran kieli värähtelee vapaana ja siitä syntyy ilmassa etenevä aalto. Kun kitaran kielen värähtelytaajuus kasvatetaan kaksinkertaiseksi, (2 p.)

- ☐ äänen nopeus ilmassa pienenee puoleen.
- ☐ äänen nopeus ilmassa kasvaa kaksinkertaiseksi.
- ☐ äänen nopeus ilmassa ei muutu.

1.5 Kun pariston napoihin on kytketty vastus, vastuksessa (2 p.)

- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat samat, pariston negatiiviselta navalta positiiviselle navalle.
- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat vastakkaiset siten, että elektronit kulkevat pariston negatiiviselta navalta positiiviselle navalle.
- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat samat, pariston positiiviselta navalta negatiiviselle navalle.
- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat vastakkaiset siten, että elektronit kulkevat pariston positiiviselta navalta negatiiviselle navalle.

1.6 Kun $1,5\text{ k}\Omega$:n vastus on kytketty $1,5\text{ V}$:n pariston napojen väliin, vastuksen napojen välinen jännite on $1,5\text{ V}$. Pidetään ensimmäinen vastus paikallaan ja kytketään saman pariston napojen väliin lisäksi kaksi keskenään sarjaan kytkettyä $1,5\text{ k}\Omega$:n vastusta. Tällöin ensimmäisen vastuksen napojen välinen jännite on (2 p.)

- ☐ $3,0\text{ V}$.
- ☐ $0,75\text{ V}$.
- ☐ $0,375\text{ V}$.
- ☐ $1,5\text{ V}$.

1.7 Valitse oikea vaihtoehto. (2 p.)

- ☐ Kitkakerroin on vektorisuure ja kitkavoima on skalaarisuure.
- ☐ Kitkavoima ja kitkakerroin ovat molemmat skalaarisuureita.
- ☐ Kitkavoima on vektorisuure ja kitkakerroin on skalaarisuure.
- ☐ Kitkavoima ja kitkakerroin ovat molemmat vektorisuureita.

1.8 Valitse oikea vaihtoehto. (2 p.)

- ☐ Liike-energia ja liikemäärä ovat molemmat skalaarisuureita.
- ☐ Liike-energia ja liikemäärä ovat molemmat vektorisuureita.
- ☐ Liike-energia on skalaarisuure ja liikemäärä on vektorisuure.
- ☐ Liike-energia on vektorisuure ja liikemäärä on skalaarisuure.

1.9 Atomiytimen alfahajoamisessa ydin emittoi (2 p.)

- ☐ elektronin.
- ☐ neutronin.
- ☐ positronin.
- ☐ heliumytimen.

1.10 Parinmuodostuksessa (2 p.)

- ☐ fotoni virittää atomin puolijohteessa ja syntyy elektroni ja aukko.
- ☐ fotoni vuorovaikuttaa atomiytimen kanssa ja syntyy elektroni ja positroni.
- ☐ elektroni ja positroni törmäävät ja syntyy kaksi fotonia.
- ☐ atomiytimestä emittoituu elektroni ja positroni.

Ratkaisu.

1.1 Kun jääpala sulaa vesilasissa, (2 p.)

- ☐ veden pinta laskee.
- ☒ veden pinnan korkeus ei muutu. 2 p. (yht. 2 p.)
- ☐ veden pinta nousee.

Kun jääpala sulaa vesiastiassa, veden pinnan korkeus ei muutu, koska jääpala kelluu ja syrjäyttää täsmälleen saman määrän vettä kuin siitä tulee sulaessaan. Tämä johtuu siitä, että kelluva jääpala syrjäyttää painonsa verran vettä, ja kun jää sulaa, se muuttuu täsmälleen saman painoiseksi vedeksi. Koska tilavuus ei muutu, veden pinnan korkeus pysyy ennallaan.

1.2 Jäätiköiden sulamisesta puhutaan paljon. Kun jäätikkö sulaa, (2 p.)

- ☒ se sitoo lämpöä ilmakehästä ja laskee ympärillään olevan ilman lämpötilaa. 2 p. (yht. 4 p.)
- ☐ se vapauttaa lämpöä ilmakehään ja laskee ympärillään olevan ilman lämpötilaa.
- ☐ se sitoo lämpöä ilmakehästä ja nostaa ympärillään olevan ilman lämpötilaa.
- ☐ se vapauttaa lämpöä ilmakehään ja nostaa ympärillään olevan ilman lämpötilaa.

Jään sulamiseen tarvitaan energiaa lämpömäärä $Q = sm$, missä m on sula-
neen jään massa ja s on jään ominaissulamlämpö. Sulaminen on endoterminen reaktio eli jää ottaa sulamiseen tarvittavan energian ympäristöstään. Kun ympäristöstä sitoutuu lämpöä jään sulattamiseen, ympäristön lämpötila laskee.

1.3 Kun kitaran kieli värähtelee, (2 p.)

- ☒ kielen molemmissa päissä on solmu. 2 p. (yht. 6 p.)
- ☐ kielen molemmissa päissä on kupu.
- ☐ kielen toisessa päässä on solmu ja toisessa kupu.
- ☐ kielen päissä voi olla solmu tai kupu riippuen värähtelyn taajuudesta.

Kitaran kieli on kiinnitetty kitaraan molemmista päistään, joten paikalleen kiinnitetyt päät eivät voi värähdellä. Siksi kielen molempiin päihin tulee solmu.

1.4 Päästään kiinnitetty kitaran kieli värähtelee vapaana ja siitä syntyy ilmassa etenevä aalto. Kun kitaran kielen värähtelytaajuus kasvatetaan kaksinkertaiseksi, (2 p.)

- ☐ äänen nopeus ilmassa pienenee puoleen.
- ☐ äänen nopeus ilmassa kasvaa kaksinkertaiseksi.
- ☒ äänen nopeus ilmassa ei muutu. 2 p. (yht. 8 p.)

Äänen nopeus väliaineessa riippuu vain väliaineen ominaisuuksista, kuten esimerkiksi lämpötilasta. Värähtelijä ei voi siis vaikuttaa siihen, kuinka nopeasti ääni väliaineessa etenee. Kun taajuutta kasvatetaan, värähtelyn aallonpituus pienenee.

1.5 Kun pariston napoihin on kytketty vastus, vastuksessa (2 p.)

- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat samat, pariston negatiiviselta navalta positiiviselle navalle.
- ☒ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat vastakkaiset siten, että elektronit kulkevat pariston negatiiviselta navalta positiiviselle navalle. 2 p. (yht. 10 p.)
- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat samat, pariston positiiviselta navalta negatiiviselle navalle.
- ☐ sähkövirran suunta ja elektronien kulkusuunta ovat vastakkaiset siten, että elektronit kulkevat pariston positiiviselta navalta negatiiviselle navalle.

Sähkövirran suunta on elektronien kulkusuuntaa vastaan. Paristo luo virtapiiriin sähkökentän, joka saa elektronit (ja sähkövirran) kulkemaan, kun virtapiiri on suljettu. Elektronit kulkevat aina sähkökenttää vastaan, joten koska sähkökentän suunta on pariston positiiviselta navalta kohti negatiivista, elektronit kulkevat juuri päinvastaiseen suuntaan eli negatiiviselta navalta kohti positiivista.

1.6 Kun $1,5\text{ k}\Omega$:n vastus on kytketty $1,5\text{ V}$:n pariston napojen väliin, vastuksen napojen välinen jännite on $1,5\text{ V}$. Pidetään ensimmäinen vastus paikallaan ja kytketään saman pariston napojen väliin lisäksi kaksi keskenään sarjaan kytkettyä $1,5\text{ k}\Omega$:n vastusta. Tällöin ensimmäisen vastuksen napojen välinen jännite on (2 p.)

☐ $3,0\text{ V}$.

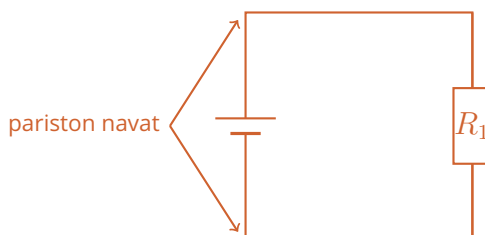
☐ $0,75\text{ V}$.

☐ $0,375\text{ V}$.

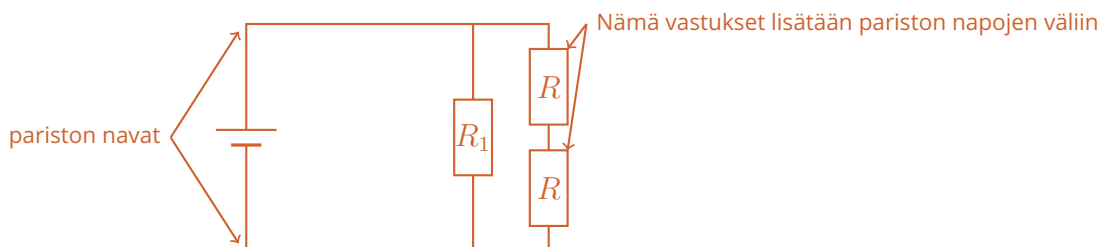
☒ $1,5\text{ V}$. 2 p. (yht. 12 p.)

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) oikeaksi vastaukseksi oli merkitty $0,75\text{ V}$. Kyseinen vastaus saadaan, kun tehtävänannon viimeisessä lauseessa mainitun "ensimmäisen vastuksen" ajatellaan tarkoittavan yhtä uusista lisätyistä vastuksista. Mielestämme johdonmukaisempi tulkinta on se, että "ensimmäinen vastus" tarkoittaa sitä vastusta, jota kutsutaan "ensimmäiseksi vastukseksi" myös edeltävässä virkkeessä

Alkuperäisessä piirissä on yksi vastus, jonka napajännite (eli napojen välillä oleva jännite) on sama kuin jännitelähteen jännite eli $1,5\text{ V}$. Tehtävänannossa sanotaan "pidetään ensimmäinen vastus paikallaan", mikä viittaa alla olevan kuvan vastukseen R_1 .



Tämän jälkeen pariston napojen väliin lisätään kaksi sarjassa olevaa vastausta. Piiri näyttää kahden vastuksen lisäämisen jälkeen tältä:



Uudessa piirissä vastuksen R_1 jännite on sama kuin aluksi, sillä se on edelleen kytketty jännitelähteen napohin. Näin ollen sen jännite on edelleen 1,5 V.

1.7 Valitse oikea vaihtoehto. (2 p.)

- ☐ Kitkakerroin on vektorisuure ja kitkavoima on skalaarisuure.
- ☐ Kitkavoima ja kitkakerroin ovat molemmat skalaarisuureita.
- ☒ Kitkavoima on vektorisuure ja kitkakerroin on skalaarisuure.
- ☐ Kitkavoima ja kitkakerroin ovat molemmat vektorisuureita.

2 p. (yht. 14 p.)

Kitkavoima on voima, joka vastustaa esineen liikettä tai liikkeelle lähtöä, kun esine koskettaa toista pintaa. Esimerkiksi, kun kirjaa vedetään pöydän päällä, pöytä vastustaa kirjan liikettä kitkavoimalla. Kitkavoimalla, kuten kaikilla voimilla, on suuruus ja suunta eli ne ovat vektorisuureita.

Kitkakerroin taas on luku, joka kuvaa kahden pinnan välisen kitkan voimakkuutta. Se riippuu siitä, millaiset materiaalit ovat kosketuksissa toisiinsa (esimerkiksi kumisaappaat asfaltilla tai jää teräksellä). Kitkakerroin on siis aineparille ominainen vakio eikä sillä ole suuntaa, joten se on skalaarisuure.

1.8 Valitse oikea vaihtoehto. (2 p.)

- ☐ Liike-energia ja liikemäärä ovat molemmat skalaarisuureita.
- ☐ Liike-energia ja liikemäärä ovat molemmat vektorisuureita.
- ☒ Liike-energia on skalaarisuure ja liikemäärä on vektorisuure.
- ☐ Liike-energia on vektorisuure ja liikemäärä on skalaarisuure.

2 p. (yht. 16 p.)

Liike-energia kertoo, kuinka paljon energiaa kappaleen liikkeessä on, kun taas liikemäärä kertoo sekä kuinka paljon liikettä on että mihin suuntaan se tapahtuu.

1.9 Atomiytimen alfahajoamisessa ydin emittoi (2 p.)

- ☐ elektronin.
- ☐ neutronin.
- ☐ positronin.
- ☒ heliumytimen.

2 p. (yht. 18 p.)

Alfahajoamisessa syntyy heliumydin, jota kutsutaan myös alfahiukkaseksi.

1.10 Parinmuodostuksessa (2 p.)

- ☐ fotoni virittää atomin puolijohteessa ja syntyy elektroni ja aukko.
- ☒ fotoni vuorovaikuttaa atomiytimen kanssa ja syntyy elektroni ja positroni.
2 p. (yht. 20 p.)
- ☐ elektroni ja positroni törmäävät ja syntyy kaksi fotonia.
- ☐ atomiytimestä emittoituu elektroni ja positroni.

Parinmuodostus on ilmiö, jossa energia muuttuu hiukkan-antihhiukkanpariksi. Esimerkiksi fotonin energia voi muuttua elektroniksi ja sen vastahiukkaseksi, positroniksi. Parinmuodostuksen tapahtumiseksi fotonin täytyy olla vuorovaikutuksessa toisen hiukkasen, kuten atomiytimen, kanssa, jotta energian ja liikemäärän säilymislaite toteutuvat.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

2. Aitajuoksu (15 p.)

Aineisto:

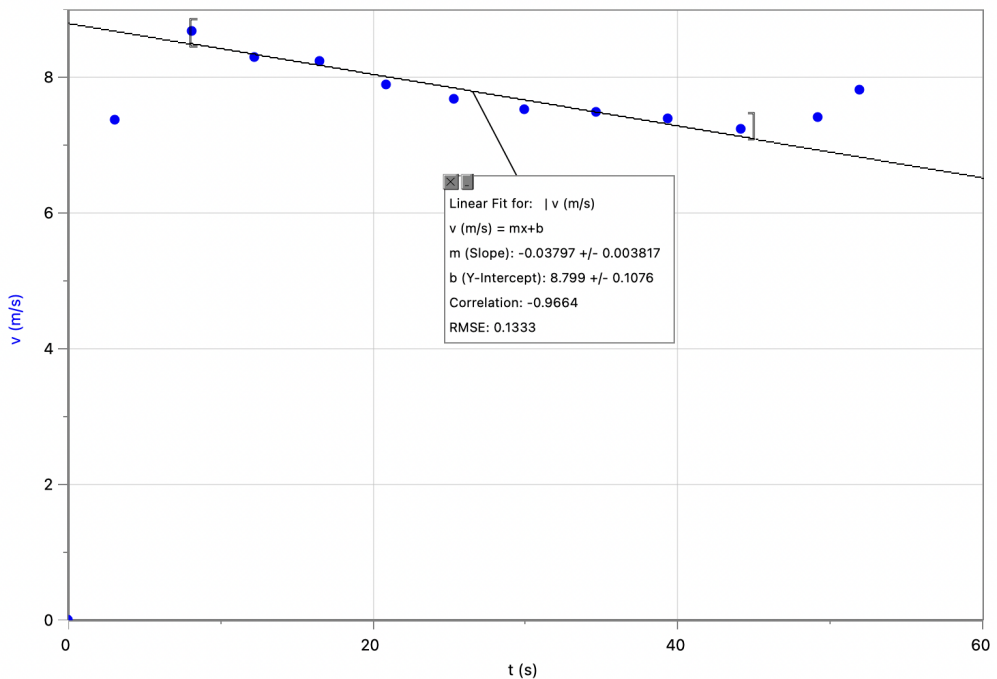
- 2. A [Mittausaineisto: McLaughlin: 400 metrin aitajuoksun juoksuvauhti ajan funktiona](#)
- 2. B [Mittausaineisto: Muhammad: 400 metrin aitajuoksun juoksuvauhti ajan funktiona](#)

Vuonna 2021 aitajuoksija Sydney McLaughlin juoksi Yhdysvaltojen olympiakarsinnoissa 400 metrin aitajuoksun maailmanennätysajaksi 51,90 s. Samassa kilpailussa toiseksi tullut Dalilah Muhammad johti kilpailun alussa, mutta hävisi lopulta muutamilla sekunnin kymmenesosilla. Kilpailijoiden juoksuvauhti ajan funktiona on annettu mittausaineistoissa [2.A](#) ja [2.B](#).

- 2.1 Laadi graafinen esitys McLaughlinin vauhdista ajan funktiona. Juoksun keskivaiheilla vauhdin voidaan havaita muuttuvan tasaisesti. Määritä kiihtyvyyden suuruus aikavälillä 8,0 s–45 s. (7 p.)
- 2.2 Juoksun keskivaiheilla McLaughlin pystyi kirimään Muhammadin etumatkan kiinni. Määritä graafisen esityksen avulla molempien juoksema matka aikavälillä 0–26 s. Kumpi johti kilpailua, kun matkaa oli juostu 26 sekuntia? (5 p.)
- 2.3 Kuinka pitkän juoksumatkan jälkeen McLaughlin ohitti Muhammadin? (3 p.)

Ratkaisu.

- 2.1. Esitetään McLaughlinin vauhti ajan funktiona. Sovitetaan lisäksi aikavälin 8,0 s–45 s mittauspisteisiin suora. Suoran kulmakerroin kuvaa juoksijan kiihtyvyyttä tällä aikavälillä.



5 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä:

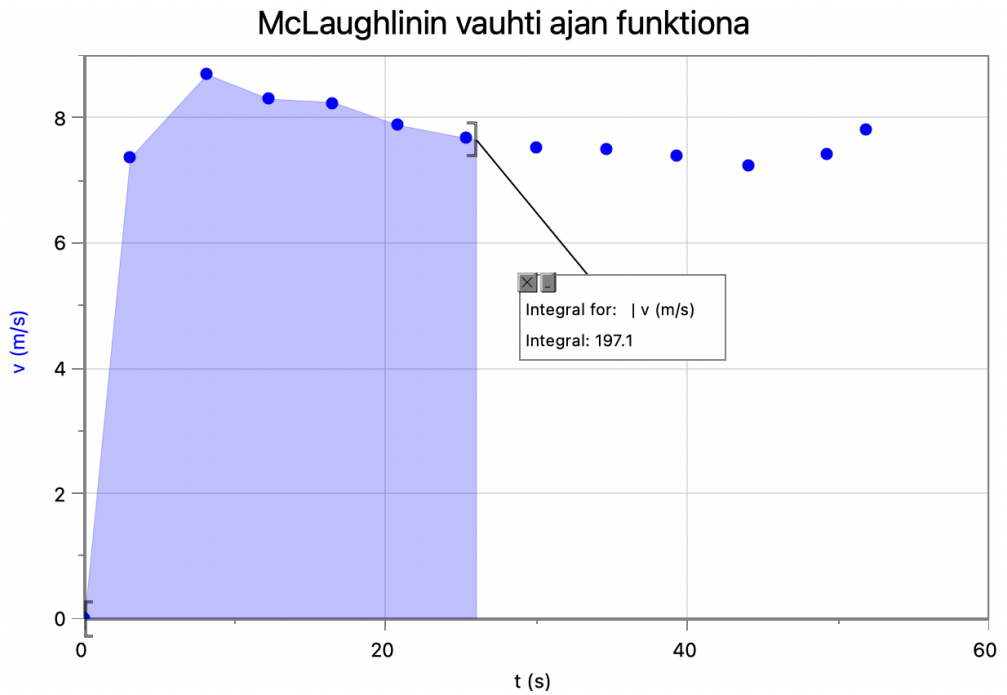
- Puuttuva akselin nimi, yksikkö tai muu epätarkkuus kuvaajassa = -1 p/puute.

Suoran kulmakerroin on $-0,03797 \text{ m/s}^2$. McLaughlinin kiihtyvyyden suuruus on siis noin $0,038 \text{ m/s}^2$. Negatiivinen etumerkki tarkoittaa, että juoksijan vauhti hidastuu.

2 p. (yht. 7 p.)

2.2. Nopeus-aika -kuvaajasta voidaan määrittää matka kuvaajan ja vaak-akselin väliin jäävänä pinta-alana, graafisen integroinnin avulla.

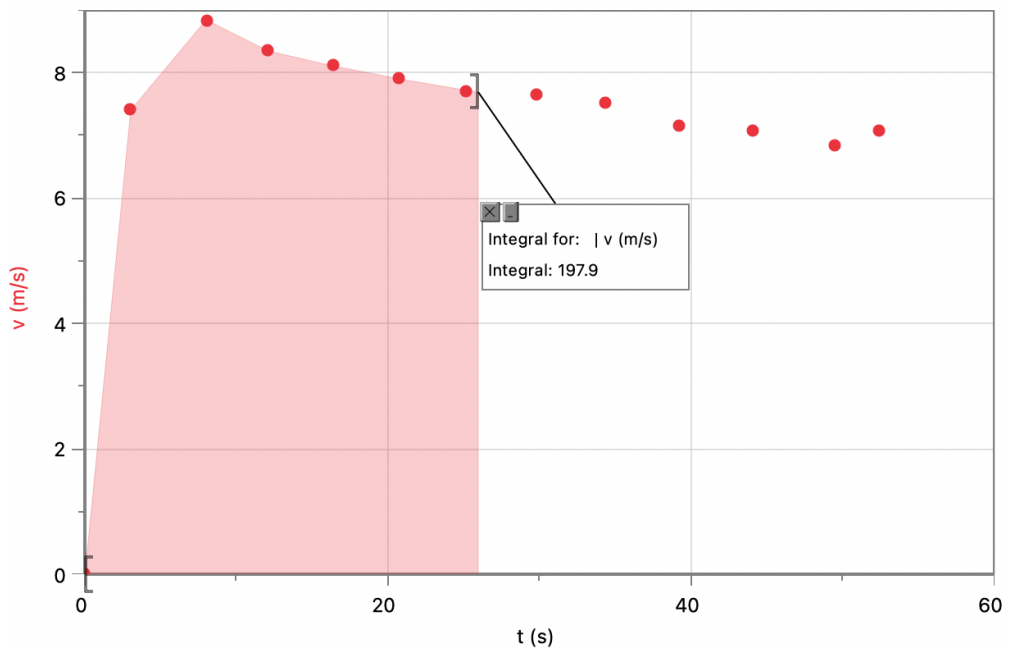
Piirretään ensin McLaughlinin juoksua esittävä kuvaaja.



Aikavälillä 0 – 26 s McLaughlin juoksee matkan 197,1 m.

Piirretään seuraavaksi Muhammadin juoksua esittävä kuvaaja.

Muhammadin vauhti ajan funktiona



Aikavälillä 0 – 26 s Muhammad juoksee matkan 197,9 m.

3 p. (yht. 10 p.)

Koska Muhammad on juossut pidemmän matkan, hän johtaa kilpailua, kun kilpailua on kulunut 26 s.

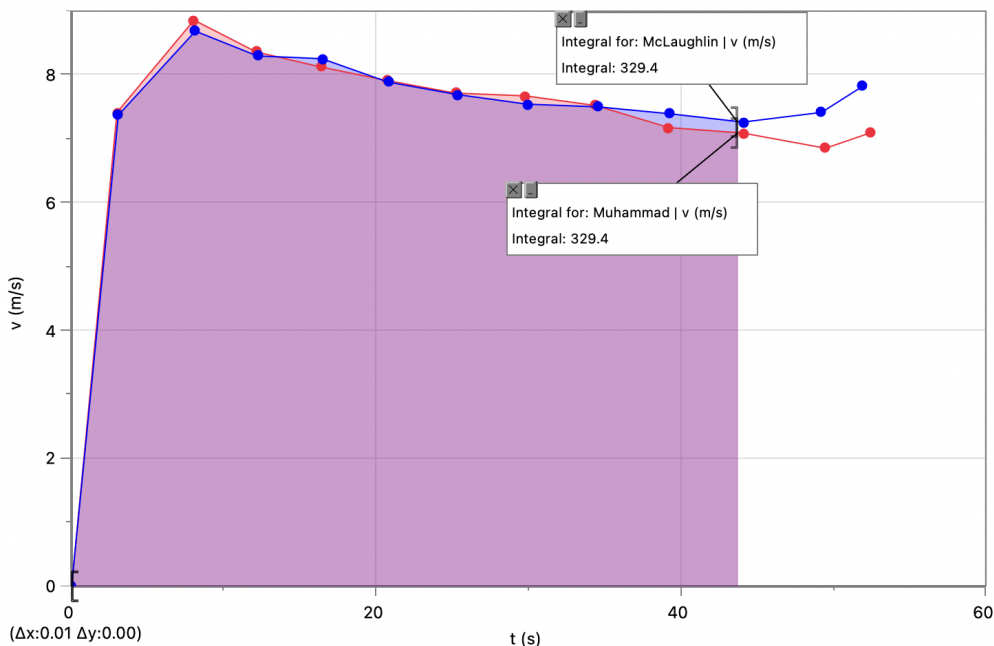
2 p. (yht. 12 p.)

Pisteytyksestä:

- Molempien juoksijoiden nopeuden kuvaajat esitetty riittävän tarkasti = 1p
- Kunkin juoksijan juoksema matka määritetty graafisen esityksen avulla = 1p/määritetty matka
 - Graafisella integroinnilla saadut arvot riippuvat käsin asetetusta integroimisvälistä, jolloin vastaus voi poiketa hieman, jos rajat eivät ole täsmälleen samat. Tästä syystä emme usko, että pieni eroavaisuus vastauksessa aiheuttaa pistemenetyksiä.
- Oikea lopputulos perusteluineen = 2p.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 25.9.2024) on laskettu erotus McLaughlinin ja Muhammadin 26 sekunnin aikana juoksimille matkoille. Erotuksen laskeminen ei ole välttämätöntä täysiin pisteisiin. Olennaista on, että lopputulos johtoasetelmasta on perusteltu.

2.3. Ohitushetkellä juoksijat ovat juosseet yhtä pitkän matkan. Etsitään ohitushetki kuvaajasta graafisen integroinnin avulla.



Kun aikaa on kulunut noin 43,7 s, kumpikin juoksija on juossut 329,4 m. Vertailemalla juoksijoiden juoksemia matkoja ennen tätä hetkeä, huomataan että Muhammad on jokaisella ajanhetkellä juossut pidemmän matkan kuin McLaughlin. Vastaavasti tämän ajanhetken jälkeen McLaughlin on jokaisella ajanhetkellä juossut pidemmän matkan kuin Muhammad. Näin ollen McLaughlin ohittaa Muhamman kun juoksijat ovat juosseet noin 329 m. 3 p. (yht. 15 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

3. Ilmalämpöpumppu (15 p.)

Aineisto:

3. A [Kuva: Ilmalämpöpumpun energiavirtakaavio](#)

Taloa jäähdytetään kuumana kesäpäivänä ilmalämpöpumpulla, joka siirtää lämpöä talon sisältä ulkoilmaan. Jäähdytyksen ansiosta talon sisälämpötila on $21\text{ }^{\circ}\text{C}$, kun ulkoilman lämpötila on $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Taloa jäähdyttävän ilmalämpöpumpun suoritussyky on 3,2. Lämpöpumppu kuluttaa tunnin aikana 1,6 kWh sähköenergiaa.

Ilmalämpöpumpussa on sisäyksikkö ja ulkoyksikkö. Talon ulkoseinään kiinnitetty ulkoyksikkö tekee työn lämmön siirtämiseen sisältä ulos. Ilmalämpöpumpun energiavirrät on esitetty kuvassa [3.A](#). Ilmalämpöpumpun suoritussyky jäähdytyksessä on talosta lämpönä pois siirretyn energian suhde pumpun tarvitsemaan sähköenergiaan.

3.1 Kuinka paljon lämpöä (yksikkönä kWh) siirtyy pois talosta tunnissa? (5 p.)

3.2 Kuinka paljon lämpöä (yksikkönä kWh) siirtyy ulkoilmaan tunnissa? (5 p.)

3.3 Ulkoilman lämpötila nousee $32\text{ }^{\circ}\text{C}$:een. Kuinka suuri lämpöpumpun sähkötehon tulee olla, jos talon sisälämpötilana halutaan edelleen pitää $21\text{ }^{\circ}\text{C}$? Voit olettaa, että lämpöpumpun suoritussyky ei riipu lämpötilasta. Voit olettaa myös, että lämpöä siirtyy taloon ulkoilmasta vain johtumalla ja johtumisen teho on verrannollinen lämpötilaeroon. (5 p.)

Ratkaisu.

3.1.

$$\varepsilon = 3,2$$

$$W = 1,6 \text{ kWh}$$

Tehtävänannon mukaan suoritussyky ε on talosta pois siirretyn energian Q_0 suhde pumpun tarvitsemaan sähköenergiaan W . 1 p. (yht. 1 p.) Ratkaistaan tun-

nissa talosta poistuva energia.

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{W} \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

$$Q_0 = \varepsilon \cdot W \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

$$= 3,2 \cdot 1,6 \text{ kWh}$$

$$= 5,12 \text{ kWh} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

$$\approx 5,1 \text{ kWh} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

Vastaus: Talosta siirtyy tunnissa pois 5,1 kWh energiaa.

3.2.

$$W = 1,6 \text{ kWh}$$

$$Q_0 = 5,12 \text{ kWh}$$

Energian säilymisen nojalla ulkoilmaan tunnissa siirtyvä lämpömäärä Q_1 on tunnissa talosta poistuvan lämpömäärän Q_0 ja tunnissa ilmalämpöpumpun tarvitseman sähköenergian W summa. 2 p. (yht. 7 p.)

$$Q_1 = Q_0 + W \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}$$

$$= 5,12 \text{ kWh} + 1,6 \text{ kWh}$$

$$= 6,72 \text{ kWh} \quad \text{1 p. (yht. 9 p.)}$$

$$\approx 6,7 \text{ kWh} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

Vastaus: Ulkoilmaan siirtyy tunnissa 6,7 kWh lämpöä.

3.3.

$$W = 1,6 \text{ kWh}$$

$$\Delta t = 1 \text{ h}$$

Tehtävänannon nojalla teho, jolla lämpöä johtuu taloon sisään, on suoraan verrannollinen talon sisäpuolen ja ulkoilman väliseen lämpötilaeroon. Alussa lämpötilaero on

$$\Delta T_a = 25^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = 4^\circ\text{C}$$

ja lopussa

$$\Delta T_l = 32^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = 11^\circ\text{C}.$$

1 p. (yht. 11 p.)

Kohdan 3.1 laskelman perusteella ilmalämpöpumpun käyttämä sähköenergia on suoraan verrannollinen talosta pois siirtyvään lämpömäärään, eli ilmalämpöpumpun sähköteho on suoraan verrannollinen tehoon, jolla lämpöä siirtyy talosta ulos. Jotta talon sisälämpötila pysyisi samana, talosta täytyy siirtyä pois lämpöä samalla teholla kuin taloon johtuu sisään lämpöä. Täten ilmalämpöpumpun sähkötehon täytyy olla suoraan verrannollinen tehoon, jolla taloon johtuu sisään lämpöä, jonka edellä todettiin olevan suoraan verrannollinen lämpötilaeroon. Sisälämpötilan pysyessä samana ilmalämpöpumpun sähkötehon täytyy siis olla suoraan verrannollinen lämpötilaeroon. 1 p. (yht. 12 p.) Alussa ilmalämpöpumpun sähköteho on

$$P_a = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1,6 \text{ kWh}}{1 \text{ h}} = 1,6 \text{ kW}.$$

Ratkaistaan verrannon avulla ilmalämpöpumpun sähköteho uudella ulkolämpötilalla.

$$\frac{P_l}{P_a} = \frac{\Delta T_l}{\Delta T_a} \quad 1 \text{ p. (yht. 13 p.)}$$

$$P_l = \frac{\Delta T_l}{\Delta T_a} \cdot P_a \quad 1 \text{ p. (yht. 14 p.)}$$

$$= \frac{11^\circ\text{C}}{4^\circ\text{C}} \cdot 1,6 \text{ kW}$$

$$= 4,4 \text{ kW} \quad 1 \text{ p. (yht. 15 p.)}$$

Vastaus: Ilmalämpöpumpun sähkötehon täytyy olla 4,4 kW.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

4. Maanvyöry (15 p.)

Kalliosta on irronnut lohkar, jonka massa on 2 200 kg. Se lähtee liikkeelle ja liukuu kallionrinnettä alaspäin. Rinteen kaltevuuskulma on 28° . Lohkareen ja kallionrinteen välinen liukukitkakerroin on 0,40.

4.1 Määritä lohkareen kiihtyvyys. (8 p.)

4.2 Johda lauseke, joka esittää lohkareen liike-energiaa ajan funktiona. Laadi johdamasi lausekkeen avulla graafinen esitys liike-energiasta ajan funktiona välillä 0–10 s. (7 p.)

Ratkaisu.

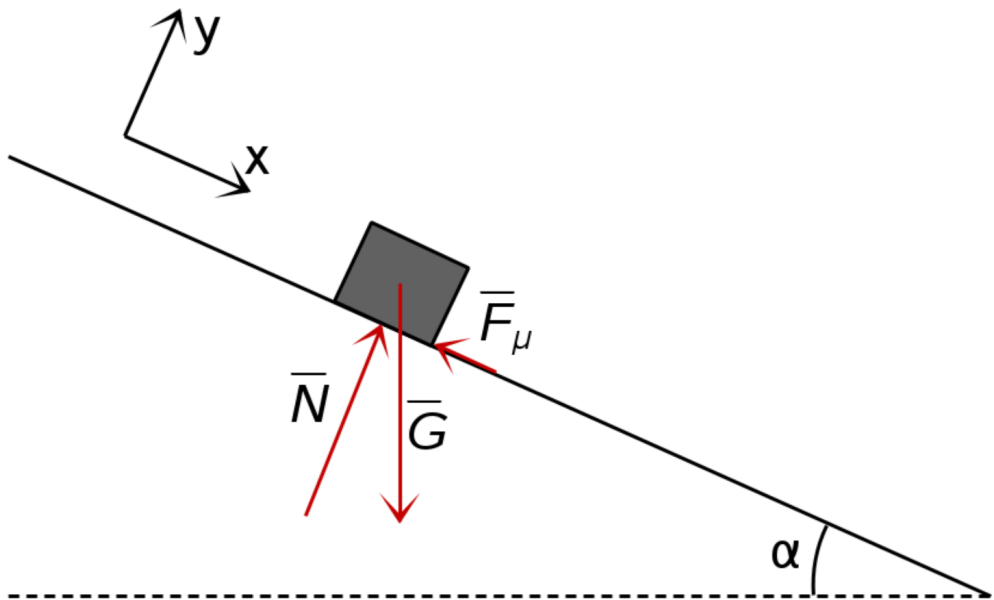
$$m = 2200 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,40$$

$$\alpha = 28^\circ$$

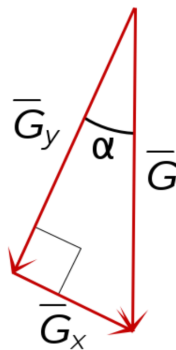
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

4.1 Piirretään kivenlohkareen vapaakappalekuva. **Kitkavoiman voi piirtää joko kuvan tavalla tai vetäväksi voimaksi lohkareen perään, kunhan voiman suunta on ylämäkeen.**



2 p. (yht. 2 p.)

Jaetaan painovoima komponentteihin valitun koordinaatiston mukaisesti.



Muodostetaan kivelle Newtonin II lain mukaiset liikeyhtälöt rinteen suunnassa ja rinnettä vastaan kohtisuorassa suunnassa.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Rinteen suunnassa (x -suunta) kivellä on kiihtyvyys:

$$\overline{G}_x + \overline{F}_\mu = m\overline{a}$$

$$G_x - F_\mu = ma \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

Rinnettä vastaan kohtisuorassa suunnassa (y -suunta) kivi ei liiku, joten voimien summa on nolla.

$$\overline{N} + \overline{G}_y = \overline{0}$$

$$N - G_y = 0 \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

Painovoimavektorien muodostamasta suorakulmaisesta kolmiosta saadaan komponenttien lausekkeiksi

$$G_x = G \sin(\alpha)$$

$$G_y = G \cos(\alpha).$$

Sijoitetaan liikeyhtälöihin:

$$G \sin(\alpha) - F_\mu = ma \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

$$N - G \cos(\alpha) = 0 \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

Kitkavoiman kaava on

$$F_\mu = \mu N$$

ja painovoiman kaava on

$$G = mg.$$

Sijoitetaan kitkavoiman ja painovoiman kaavat liikeyhtälöihin.

$$mg \sin(\alpha) - \mu N = ma \quad (1)$$

$$N - mg \cos(\alpha) = 0 \quad (2)$$

Ratkaistaan yhtälöpari laskinohjelmalla.

Käsin tehty ratkaisu: Ratkaistaan ensin yhtälöstä (2) tukivoiman lauseke.

$$N = mg \cos(\alpha).$$

Sijoitetaan tämä yhtälöön (1).

$$mg \sin(\alpha) - \mu mg \cos(\alpha) = ma$$

$$mg \sin(\alpha) - \mu mg \cos(\alpha) = ma$$

$$g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha) = a$$

$$a = g \sin(\alpha) - \mu g \cos(\alpha) \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

$$a = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \sin(28^\circ) - 0,40 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \cos(28^\circ)$$

$$a = 1,1408 \dots \text{ m/s}^2 \approx 1,1 \text{ m/s}^2 \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}$$

Vastaus: Kiven kiihtyvyys on $1,1 \text{ m/s}^2$.

Pisteytyksestä:

- Voimakuvio = 2 p
- Virhe tai puute voimakuviossa, kuten esimerkiksi selkeästi väärän pituinen vektori tai selkeästi vaikutuspisteestä ohi osoittava vektori = -1 p / virhe tai puute
- Liikkeyhtälöt oikein skalaarimuodossa ennen komponenttien lausekkeiden sijoitusta = 1 p / liikkeyhtälö
- Painovoiman komponenttien lausekkeet sijoitettu oikein liikkeyhtälöihin = 1 p / liikkeyhtälö
- Kiihtyvyyden lauseke symbolisessa muodossa tunnettujen suureiden avulla = 1 p,
- Oikea vastaus järkevällä tarkkuudella = 1 p

4.2 Kalliosta irtoamisen jälkeen kiven liike kiihtyy tasaisesti. Kiven nopeus ajan hetkellä t saadaan tasaisesti kiihtyvän liikkeen nopeuden lausekkeesta:

$$v = v_0 + at,$$

missä $v_0 = 0 \text{ m/s}$, koska kivi on alussa levossa. Saadaan siis

$$v = at. \quad \text{1 p. (yht. 9 p.)}$$

Kiven liike-energia on

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Sijoitetaan nopeuden lauseke

$$E_k = \frac{1}{2}m(at)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}ma^2t^2$$

Sijoitetaan kiven massa ja aiemmassa kohdassa saatu kiihtyvyys.

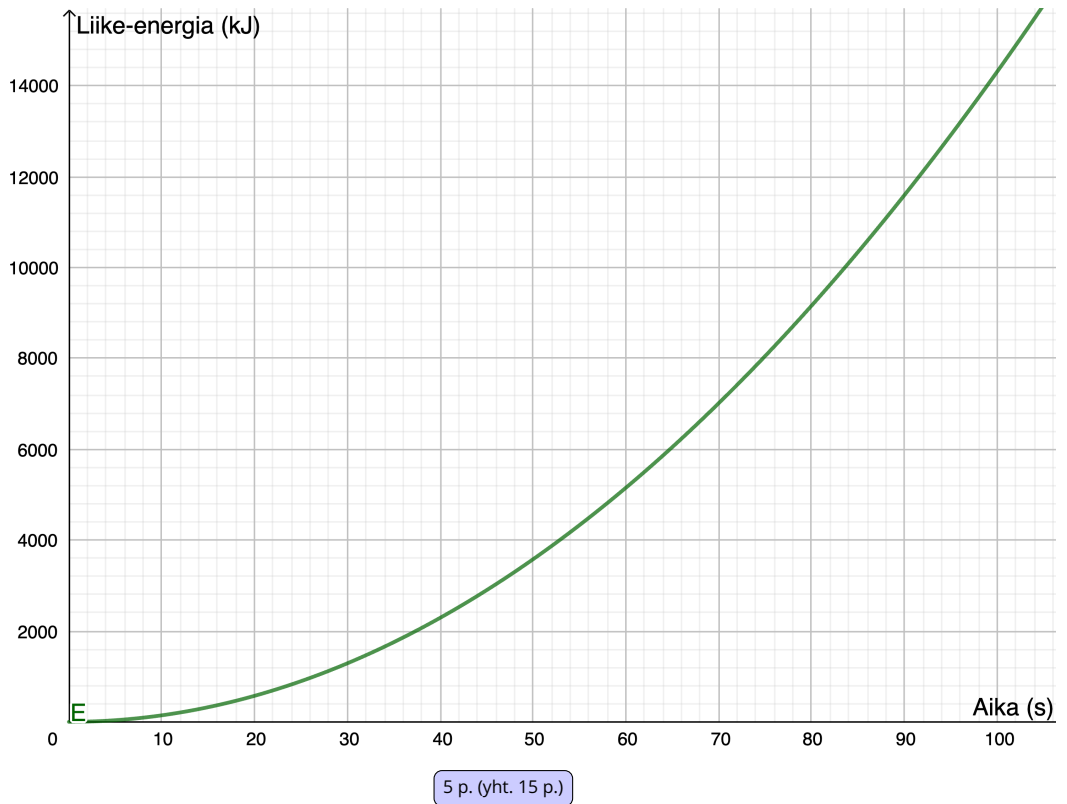
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 2200 \text{ kg} \cdot (1,1408 \dots \text{ m/s}^2)^2 \cdot t^2$$

$$E_k = 1431,56 \dots \frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

1 p. (yht. 10 p.)

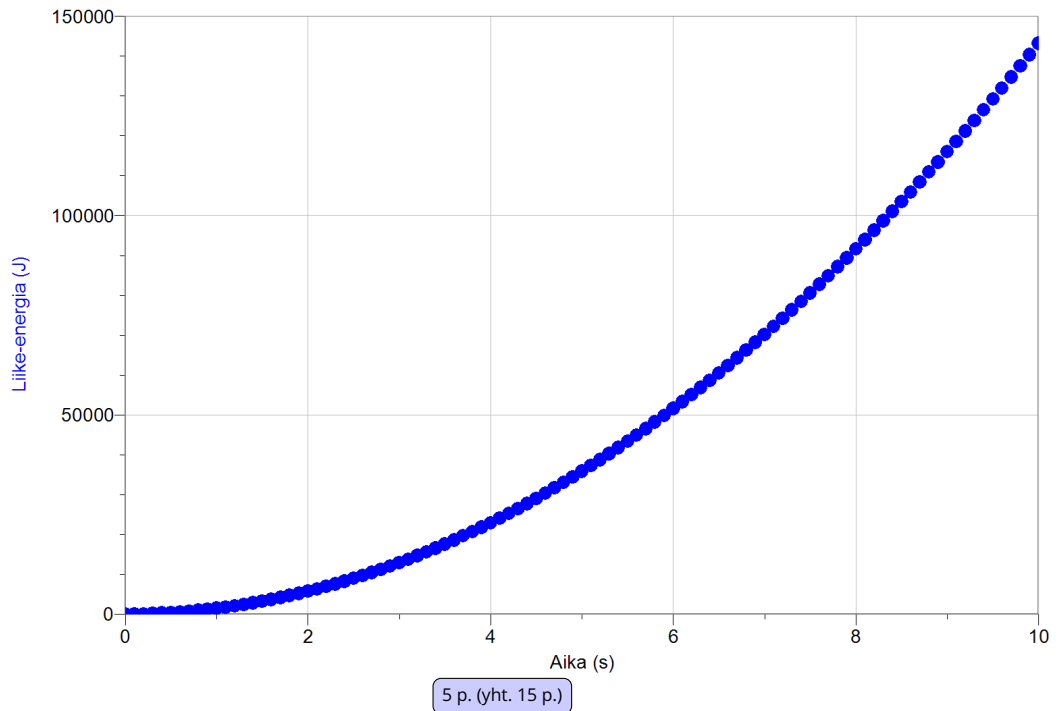
Ratkaisuvaihtoehto 1

Piiretään kuvaaja GeoGebralla käyttämällä saatua lauseketta liike-energialle.



Ratkaisuvaihtoehto 2

Käytetään saatua liike-energian lauseketta ja lasketaan liike-energian saamia arvoja eri ajan hetkillä. Piirretään kuvaaja näistä arvoista.



Pisteytyksestä:

- Liike-energian lauseke ajan funktiona 2 p.
- Kuvaaja ei kysytyllä aikavälillä = -2 p,
- Suure puuttuu akselilta = -1 p,
- Yksikkö puuttuu akselilta = -1 p,
- Muu pieni virhe tai puute kuvaajassa = -1p

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

5. Mars ja sen kuut (15 p.)

Aineisto:

5. A [Taulukko: Mars, Phobos ja Deimos](#)
 5. B [Animaatio: Phobosin ja Deimosin kiertoradat Marsin ympäri](#)

Mars-planeetalla on kaksi kuuta, Phobos ja Deimos, joista suurempi Phobos kiertää lähempänä planeettaa ja pienempi Deimos kauempana. Kuiden kiertoradat ovat Marsin päiväntasaajan tasossa, ja radat ovat varsin tarkasti ympyrämuotoiset. Tietoja Marsista ja sen kuista on taulukossa [5.A](#) ja kuiden kiertoradat on esitetty animaatioissa [5.B](#).

- 5.1 Laske Phobosin ja Deimosin välisen voiman suuruus, kun ne ovat lähimpänä toisiaan. Laske myös Mars-planeetan ja Deimosin välisen voiman suuruus. Mikä on voimien suuruuksien suhde? (6 p.)
- 5.2 Piirrä Phobosin voimakuvio ja määritä Marsin massa Phobosin kiertoradan ominaisuuksien perusteella. Määritä sitten Marsin massa Deimosin kiertoradan ominaisuuksien perusteella. Miten tarkasti voit saamiesi tulosten perusteella ilmoittaa Marsin massan? (9 p.)

Ratkaisu.

- 5.1. Merkitään Phobosiin liittyviä arvoja alaindeksillä p , Deimosiin liittyviä arvoja alaindeksillä d ja Marsiin liittyviä arvoja alaindeksillä m .

$$m_p = 1,08 \cdot 10^{16} \text{ kg}$$

$$R_p = 9,3772 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$m_d = 1,80 \cdot 10^{15} \text{ kg}$$

$$R_d = 2,34632 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$m_m = 6,4171 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$\gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Lähimmässä asemassa Phobosin ja Deimosin välimatka on

$$\begin{aligned} r &= R_d - R_p \quad \text{2 p. (yht. 2 p.)} \\ &= 2,34632 \cdot 10^7 \text{ m} - 9,3772 \cdot 10^6 \text{ m} = 14,086 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

Lasketaan Phobosin ja Deimosin välinen gravitaatiovoima Newtonin gravitaatiolain avulla, kun ne ovat toisiinsa nähden lähimmässä asemassa.

$$\begin{aligned}
 F_{pd} &= \gamma \frac{m_p m_d}{r^2} \quad (2 \text{ p. (yht. 4 p.)}) \\
 &= 6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1,08 \cdot 10^{16} \text{ kg} \cdot 1,80 \cdot 10^{15} \text{ kg}}{(14,086 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \\
 &= 6,5392 \dots \cdot 10^6 \text{ N} \\
 &\approx 6,54 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

Lasketaan vastaavalla tavalla Marsin ja Deimosin välinen gravitaatiovoima.

$$\begin{aligned}
 F_{md} &= \gamma \frac{m_m m_d}{R_d^2} \\
 &= 6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6,4171 \cdot 10^{23} \text{ kg} \cdot 1,80 \cdot 10^{15} \text{ kg}}{(2,34632 \cdot 10^7 \text{ m})^2} \\
 &= 1,40036 \cdot 10^{14} \text{ N} \\
 &\approx 1,40 \cdot 10^{14} \text{ N} \quad (1 \text{ p. (yht. 5 p.)})
 \end{aligned}$$

Voimien suuruuksien suhde on

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{md}}{F_{pd}} &= \frac{1,40036 \cdot 10^{14} \text{ N}}{6,5392 \dots \cdot 10^6 \text{ N}} \\
 &= 2,1414 \dots \cdot 10^7 \\
 &\approx 2,14 \cdot 10^7 \quad (1 \text{ p. (yht. 6 p.)})
 \end{aligned}$$

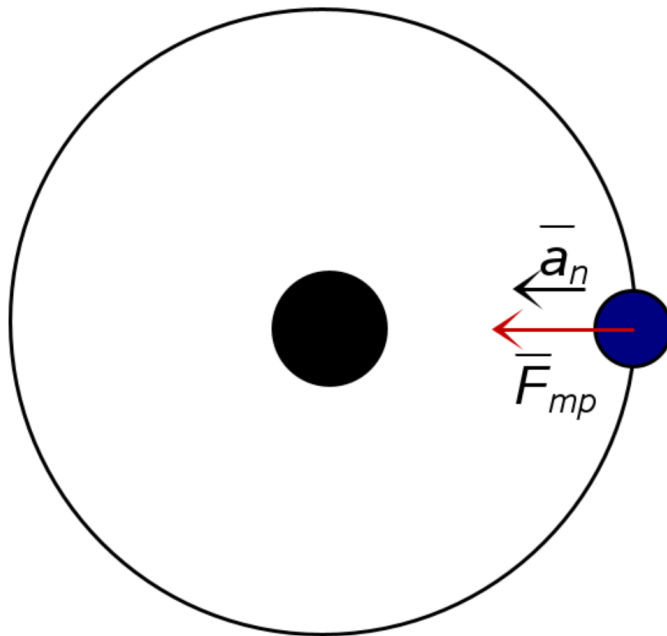
Vastaus: Lähimmässä asemassa Phobosin ja Deimosin välinen voima on 6,54 MN. Marsin ja Deimosin välinen voima on $1,40 \cdot 10^{14} \text{ N}$. Voimien suuruuksien suhde on $2,14 \cdot 10^7$.

Pisteytyksestä:

- Oikein muodostettu Phobosin ja Deimosin välinen lyhin etäisyys = 2 p,
- Oikein muodostettu Phobosin ja Deimosin välinen voima = 2 p,
- Oikein lasketut gravitaatiovoimat = 1 p,

- Oikein laskettu voimien suhde = 1 p,
- Voimien suhteeksi käy myös yllä lasketun käänteisluku (suhde toisinpäin).

5.2. Phobosin voimakuviossa Deimosin aiheuttama voima voidaan jättää huomiotta, sillä se on kohdan 5.1 nojalla merkityksettömän pieni verrattuna Marsin aiheuttamaan voimaan.



3 p. (yht. 9 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty voimakuvio = 3 p,
- Kuvassa ei näy Marsin sijainti tai radan kaarevuus = - 1 p,
- Voima ei osoita kohti Marsia = -1 p,
- Voimavektori ei ole kiinni Phobosissa = -1 p,
- Puuttuu kiihtyvyys tai nopeus = -0 p,
- Kiihtyvyys tai nopeus piirretty voimavektorin tavoin kiinni Phobosiin = -1 p.

$$\gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$R_p = 9,3772 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$R_d = 2,34632 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Phobos kiertää Marsia ympyräradalla, jonka säde on R_p ja sen kiertoaika on

$$T_p = 0,319 \text{ d} = 0,319 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} = 27561,6 \text{ s}.$$

Täten Phobosin ratanopeus on

$$\begin{aligned} v_p &= \frac{2\pi R_p}{T_p} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)} \\ &= \frac{2\pi \cdot 9,3772 \cdot 10^6 \text{ m}}{27561,6 \text{ s}} \\ &= 2137,709 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Muodostetaan Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö Phobosille ja ratkaistaan Marsin massa.

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m_p \vec{a} \\ \vec{F}_{mp} &= m_p \vec{a}_n \\ F_{mp} &= m_p a_n \\ \gamma \frac{m_m m_p}{R_p^2} &= m_p \cdot \frac{v_p^2}{R_p} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)} \\ m_m &= \frac{v_p^2 R_p}{\gamma} \quad \text{2 p. (yht. 13 p.)} \\ &= \frac{(2137,709 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot 9,3772 \cdot 10^6 \text{ m}}{6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} \\ &= 6,42043 \dots \cdot 10^{23} \text{ kg} \end{aligned}$$

Lasketaan vastaavasti Marsin massa Deimosin tietojen avulla. Deimos kiertää Marsia ympyräradalla, jonka säde on R_d ja sen kiertoaika on

$$T_d = 1,263 \text{ d} = 1,263 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} = 109123,2 \text{ s}.$$

Täten Deimosin ratanopeus on

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{2\pi R_d}{T_d} \\ &= \frac{2\pi \cdot 2,34632 \cdot 10^7 \text{ m}}{2109123,2 \text{ s}} \\ &= 1350,983 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Muodostetaan Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö Deimosille ja ratkaistaan Marsin massa.

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m_d \vec{a} \\ \vec{F}_{md} &= m_d \vec{a}_n \\ F_{md} &= m_d a_n \\ \gamma \frac{m_m m_d}{R_d^2} &= m_d \cdot \frac{v_d^2}{R_d} \\ m_m &= \frac{v_d^2 R_d}{\gamma} \\ &= \frac{(1350,983 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot 2,34632 \cdot 10^7 \text{ m}}{6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} \\ &= 6,41625 \dots \cdot 10^{23} \text{ kg} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)} \end{aligned}$$

Tulokset pyöristyvät samaan arvoon kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella, mutta eri arvoon neljän merkitsevän numeron tarkkuudella. Näin ollen tulosten perusteella Marsin massa voidaan ilmoittaa kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella muodossa $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$. 1 p. (yht. 15 p.)

Vastaus: Tulosten perusteella Marsin massa voidaan ilmoittaa kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella muodossa $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Phobos kiertää Marsia ympyräradalla, jonka säde on R_p ja sen kiertoaika on

$$T_p = 0,319 \text{ d} = 0,319 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} = 27561,6 \text{ s}.$$

Phobosin ratanopeuden lauseke on

$$v_p = \frac{2\pi R_p}{T_p} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

Muodostetaan Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö Phobosille, sijoitetaan siihen Phobosin nopeuden lauseke, ja ratkaistaan Marsin massa.

$$\sum \vec{F} = m_p \vec{a}$$

$$\vec{F}_{mp} = m_p \vec{a}_n$$

$$F_{mp} = m_p a_n$$

$$\gamma \frac{m_m m_p}{R_p^2} = m_p \cdot \frac{v_p^2}{R_p} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)}$$

$$\gamma \frac{m_m}{R_p} = \left(\frac{2\pi R_p}{T_p} \right)^2$$

$$\gamma \frac{m_m}{R_p} = \frac{4\pi^2 R_p^2}{T_p^2}$$

$$m_m = \frac{4\pi^2 R_p^3}{\gamma T_p^2} \quad \text{2 p. (yht. 13 p.)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4\pi^2 (9,3772 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (27561,6 \text{ s})^2} \\ &= 6,42043 \dots \cdot 10^{23} \text{ kg} \end{aligned}$$

Lasketaan vastaavasti Marsin massa Deimosin tietojen avulla. Deimos kiertää Marsia ympyräradalla, jonka säde on R_d ja sen kiertoaika on

$$T_d = 1,263 \text{ d} = 1,263 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s} = 109123,2 \text{ s}.$$

Deimosin ratanopeuden lauseke on

$$v_d = \frac{2\pi R_d}{T_d}$$

Muodostetaan Newtonin 2. lain mukainen liikeyhtälö Deimosille ja ratkaistaan Marsin massa.

$$\sum \vec{F} = m_d \vec{a}$$

$$\vec{F}_{md} = m_d \vec{a}_n$$

$$F_{md} = m_d a_n$$

$$\gamma \frac{m_m R_d}{R_d^2} = R_d \cdot \frac{v_d^2}{R_d}$$

$$\gamma \frac{m_m}{R_d} = \left(\frac{2\pi R_d}{T_d} \right)^2$$

$$\gamma \frac{m_m}{R_d} = \frac{4\pi^2 R_d^2}{T_d^2}$$

$$m_m = \frac{4\pi^2 R_d^3}{\gamma T_d^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 (2,34632 \cdot 10^7 \text{ m})^3}{6,67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (109123,2 \text{ s})^2}$$

$$= 6,41625 \dots \cdot 10^{23} \text{ kg} \quad \boxed{1 \text{ p. (yht. 14 p.)}}$$

Tulokset pyöristyvät samaan arvoon kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella, mutta eri arvoon neljän merkitsevän numeron tarkkuudella. Näin ollen tulosten perusteella Marsin massa voidaan ilmoittaa kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella muodossa $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$. 1 p. (yht. 15 p.)

Vastaus: Tulosten perusteella Marsin massa voidaan ilmoittaa kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella muodossa $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$.

Pisteytyksestä:

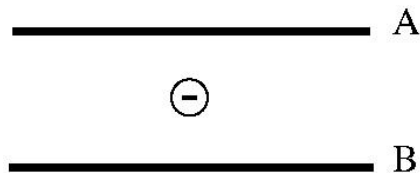
- Nopeuden lauseke radan säteen ja kiertoaajan avulla = 1 p,

- Liikkeyhtälö oikein gravitaatiovoiman ja keskeiskiihtyvyyden kaavat sijoitettuna = 1 p,
- Marsin massan lauseke tunnettujen suureiden avulla = 2 p,
- Marsin massat laskettu Deimosin ja Phobosin avulla oikein = 1 p,
- Johtopäätös Marsin massan esitystarkkuudesta oikein = 1 p.
 - Johtopäätös voidaan perustella esimerkiksi pyöristettyjen arvojen yhtäpitävyydellä tai vertaamalla tulosta taulukkoarvoihin.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

6. Millikanin koetta mukaillen (15 p.)

Kahden vaakasuuntaisen kondensaattorilevyn välissä havaitaan paikallaan leijuva öljypisara kuvan mukaisesti. Pisara on varautunut siten, että siinä on ylimääräisiä elektroneja. Levyn välinen etäisyys on $d = 2,0 \text{ cm}$ ja jännite niiden välillä on 505 V . Öljypisaran säde on $r = 1,1 \text{ }\mu\text{m}$ ja öljyn tiheys on 753 kg/m^3 .

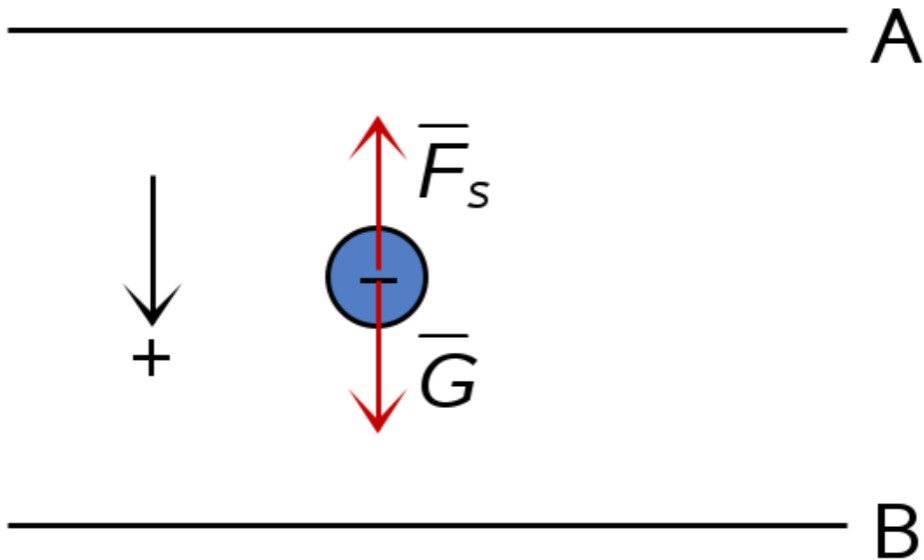


- 6.1 Piirrä pisaran voimakuvio. Kumpi levy, A vai B, on negatiivisesti varautunut? Perustele. (5 p.)
- 6.2 Kuinka monta ylimääräistä elektronia öljypisarassa on? (10 p.)

Ratkaisu.

- 6.1 Öljypisara leijuu paikallaan kondensaattorilevyjen välissä. Öljypisaralla ei siis ole kiihtyvyyttä, joten siihen vaikuttava kokonaisvoima on myös nolla.

Öljypisaraan vaikuttavat voimat ovat sen painovoima $\overline{G}$ ja sähköinen voima $\overline{F}_s$. Painovoima ja sähköinen voima ovat siis keskenään yhtäsuuret, mutta vastakaissuuntaiset. 1 p. (yht. 1 p.) Painovoima vaikuttaa kuvassa alaspäin, joten sähköisen voiman on vaikutettava kuvassa ylöspäin. Öljypisaran voimakuvio:



2 p. (yht. 3 p.)

Erimerkkiset sähkövaraukset vetävät toisiaan puoleensa ja samanmerkkiset sähkövaraukset hylkivät toisiaan. Koska sähköinen voima vaikuttaa ylöspäin, ylemmän levyn A on oltava öljypisaran kanssa vastakkaismerkkinen ja alemman levyn B öljypisaran kanssa samanmerkkinen.

1 p. (yht. 4 p.)

Levy B on siis negatiivisesti varautunut, koska öljypisarakin on negatiivisesti varautunut.

1 p. (yht. 5 p.)

6.2

$$r = 1,1 \mu\text{m} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\rho = 753 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$d = 2,0 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$U = 505 \text{ V}$$

$$e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Koska öljypisaralla on massa, siihen vaikuttaa painovoima. Koska öljypisara on sähköisesti varautunut ja se on sähkökentässä, siihen vaikuttaa sähköinen voima. 1 p. (yht. 6 p.) Öljypisara leijailee paikallaan. Newtonin II lain mukaan öljypisaralle pätee

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad || \quad \vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{G} + \vec{F}_s = \vec{0} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

$$G - F_s = 0$$

Painovoima on $G = mg$ ja sähköinen voima on $F_s = EQ$.

$$mg - EQ = 0$$

$$Q = \frac{mg}{E}, \quad (1)$$

missä Q on öljypisaran sähkövarauksen suuruus, m öljypisaran massa, g putoamiskiihtyvyys ja E sähkökentän voimakkuus. 1 p. (yht. 8 p.)

Sähkökentän voimakkuuden yhteys jännitteeseen saadaan kaavasta

$$U = Ed \quad || : d$$

$$E = \frac{U}{d}, \quad (2)$$

missä U on jännite ja d levyjen välinen etäisyys. 1 p. (yht. 9 p.)

Öljypisaran sähkövaraus koostuu ylimääräisistä elektroneista. Merkitään

$$Q = n \cdot e, \quad (3)$$

missä n on ylimääräisten elektronien lukumäärä ja e elektronin varauksen suuruus, eli alkeisvaraus. 1 p. (yht. 10 p.)

Sijoitetaan saadut tulokset (2) ja (3) yhtälöön (1) ja ratkaistaan ylimääräisten elektronien lukumäärä n .

$$n \cdot e = \frac{mg}{\left(\frac{U}{d}\right)} \quad || : e$$

$$n = \frac{mgd}{Ue} \quad || m = V\rho$$

$$n = \frac{V\rho gd}{Ue} \quad || V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$n = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho gd}{Ue} \quad \text{3 p. (yht. 13 p.)}$$

Pisteytyksestä: Massan ilmoittamisesta pallon tilavuuden ja öljyn tiheyden avulla saa yhden pisteen, lopullisen lausekkeen ilmoittamisesta symbolisessa muodossa kaksi pistettä.

$$n = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3 \cdot 753 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{505 \text{ V} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$n = 10,18026005 \dots \text{ (kpl)}$$

$$n \approx 10 \text{ (kpl)}$$

Pyöristetään kokonaislukuun, koska ylimääräisten elektronien määrä on kokonaisluku. 1 p. (yht. 14 p.)

Vastaus: Öljypisarassa on 10 ylimääräistä elektronia. 1 p. (yht. 15 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

7. Sähkölukko (15 p.)

Aineisto:

7. A [Kuva: Sähkölukko](#)

Ovessa oleva sähkölukko avataan viemällä kulcutunniste lähelle lukulaitetta (kuva [7.A](#)). Lukulaite luo ympärilleen magneettikentän, jossa tunniste aktivoituu ja oikean tunnisteiden tapauksessa lukulaite avaa lukon.

Tunnisteen sijasta lukulaitteen pinnalle asetettiin käämi. Sen johtimien päiden välille oli kytketty vastus, jonka resistanssi oli $330\ \Omega$ kuvan [7.A](#) mukaisesti. Tällöin oskilloskoopin avulla mitattiin vastuksen napojen välillä korkeataajuinen sinimuotoinen vaihtojännite, jonka amplitudi oli $1,2\ \text{V}$. Käämin oma resistanssi oli pieni, eikä käämi liikkunut mittauksen aikana.

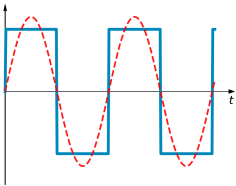
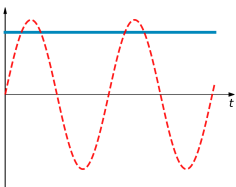
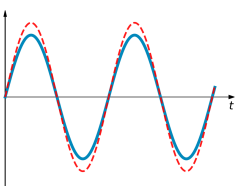
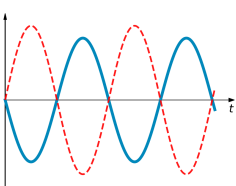
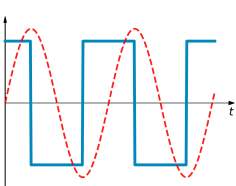
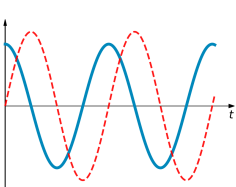
7.1 Selitä miten vastuksen napojen välinen jännite syntyy. (4 p.)

7.2 Käämiin kytketty vastus korvattiin toisella vastuksella, jonka resistanssi oli $1,0\ \text{k}\Omega$. Kuinka suuri oli vaihtojännitteen amplitudi tämän vastuksen napojen välillä? Perustele vastauksesi. (4 p.)

7.3 Käämiä siirrettiin kauemmaksi lukulaitteesta. Miksi mitatun jännitteen amplitudi pienenee? (4 p.)

Valitse osatehtävässä 7.4 parhaiten soveltuva vaihtoehto. Vastattuasi osatehtävään voit vaihtaa vastausvaihtoehtoa, mutta et voi jättää osatehtävää enää kokonaan ilman vastausta. Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluakaan jättää tehtävää arvosteltavaksi, merkitse vaihtoehto "En vastaa.". Oikea vastaus 3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

7.4 Kuussa on esitetty kuusi mahdollista kuvaajaa magneettivuon tiheydelle B (paksu yhtenäinen viiva). Jokaiseen kuvaajaan on piirretty myös vastuksen napojen välinen jännite V (katkoviiva) vertailun helpottamiseksi. Mikä kuvaajista vastaa parhaiten magneettivuon tiheyttä ajan funktiona käämin kohdalla? (3 p.)

- ☐ 
- ☐ 
- ☐ 
- ☐ 
- ☐ 
- ☐ 
- ☐ En vastaa.

Ratkaisu.

- 7.1. Tehtävänannon perusteella lukulaite luo ympärilleen magneettikentän. Kun käämi asetetaan lukulaitteen pinnalle, lukulaitteen magneettikenttä läpäisee käämin.

Kun lukulaitteen magneettikenttä muuttuu, käämi on muuttuvassa magneettikentässä. 2 p. (yht. 2 p.) Tällöin käämiin indusoituu jännite induktiolain

$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

mukaisesti. 1 p. (yht. 3 p.)

Näin ollen lukulaitteen muuttuvassa magneettikentässä oleva käämi toimii jännitelähteenä virtapiirissä ja luo jännitteen vastuksen napojen välille. 1 p. (yht. 4 p.)

- 7.2. Sinimuotoisen vaihtojännitteen amplitudi tarkoittaa vaihtojännitteen maksimiarvoa.

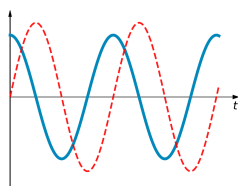
Induktiolaista huomataan, että vaihtojännitteen arvo riippuu vain magneettivuon muutosnopeudesta. Tästä voidaan päätellä, että virtapiirin kokonaisresistanssin kasvattaminen ei muuta induktiojännitteen suuruutta. 2 p. (yht. 6 p.) **Lisäksi tiedetään, että käämin tekemä jännitehäviö on hyvin pieni.** Näin ollen voidaan päätellä, että resistanssin muuttaminen ei vaikuta vastuksen napojen väliseen jännitteeseen. Vaihtojännitteen amplitudin arvo on siis edelleen 1,2 V.

2 p. (yht. 8 p.)

- 7.3. Lukulaitteen magneettikentän magneettivuon tiheys pienenee, kun etäisyys lukulaitteeseen kasvaa. Tällöin magneettivuon tiheyden muutokset ovat pienempiä ja siten myös magneettivuon muutosnopeus on pienempi. 2 p. (yht. 10 p.)

Induktiolain perusteella indusoitunut jännite on sitä pienempi, mitä pienempi on magneettivuon muutosnopeus. Näin ollen etäisyyden kasvattaminen pienentää vastuksen napojen välille muodostuvaa jännitettä eli mitatun jännitteen amplitudia. 2 p. (yht. 12 p.)

- 7.4. Oikea kuvaaja (kuudes vastausvaihtoehto) on esitetty alla.



3 p. (yht. 15 p.)

Oikean vastauksen voi päätellä induktiolain perusteella. Induktiolaista huomataan, että jännitteen itseisarvo on sitä suurempi, mitä suurempi on magneettivuon muutosnopeus kyseisellä ajanhetkellä. Valitussa kuvaajassa jännitteen itseisarvo on suuri niillä ajanhetkillä, joilla magneettivuon muutosnopeus on suuri.

Vaihtoehtoisesti oikea kuvaaja voidaan päätellä pohtimalla, miten magneettivuon tiheyden tulisi muuttua ajan funktiona, jotta jännitteelle saadaan sopiva funktio. Koska kosinifunktion derivaattafunktio

$$D(\cos(t)) = -\sin(t),$$

ja vaihtojännitteen tiedetään olevan sinimuotoista, voidaan päätellä, että magneettivuon tiheys riippuu ajasta kosinifunktion mukaisesti.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

8. Ydinreaktioita varhaisessa maailmankaikkeudessa (15 p.)

Aineisto:

8. A [Teksti ja kuva: Kevyiden ytimien synty](#)

Lue aineisto [8.A](#) ja vastaa seuraaviin osatehtäviin.

- 8.1 Laske, mikä oli neutronien osuus nukleoneista (R), kun maailmankaikkeuden lämpötila oli $T = 1,0 \cdot 10^{10}$ K. (5 p.)
- 8.2 Kirjoita reaktioyhtälö reaktiolle, jossa neutroni muuttuu protoniksi. (2 p.)
- 8.3 Kirjoita reaktioiden ketju, jossa protoneista ja neutroneista lopulta syntyy helium-4-ydin. Ketjun tulee olla sellainen, että kussakin reaktioyhtälössä vasemmalla puolella on vain kaksi hiukkasta tai ydintä. (3 p.)
- 8.4 Tarkastele aineiston [8.A](#) kuvaa. Mitä voidaan kuvan perusteella päätellä sen esittämästä teoreettisesta mallista suhteessa havaintoihin? Arvioi karkeasti heliumin ja vedyn massaosuuksien suhde kuvan havaintoja vastaavasta kohdasta. (5 p.)

Ratkaisu.

8.1

$$T = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ K}$$

$$k = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad \leftarrow \text{taulukosta}$$

$$c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_n = 1,674\,9275 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_p = 1,672\,6219 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Lasketaan neutronin ja protonin massojen erotus.

$$\Delta m = m_n - m_p \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

$$\Delta m = 1,674\,9275 \cdot 10^{-27} \text{ kg} - 1,672\,6219 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Delta m = 2,3056 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Määritetään neutronien osuus nukleoneista (R). Sovelletaan aineistossa annettua kaavaa

$$\frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right)$$

Merkintä $\exp(x)$ tarkoittaa samaa kuin e^x . Ratkaistaan aineiston kaavasta neutronien lukumäärä protonien lukumäärän avulla ilmoitettuna:

$$N_n = \exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right) \cdot N_p \quad (1)$$

Muodostetaan lauseke neutronien osuudelle nukleoneista.

$$R = \frac{N_n}{N_n + N_p} \quad \parallel \text{Sijoitetaan (1)}$$

$$R = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right) \cdot \cancel{N_p}}{\exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right) \cdot \cancel{N_p} + \cancel{N_p}}$$

$$R = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta mc^2}{kT}\right) + 1} \quad \text{3 p. (yht. 4 p.)}$$

$$R = \frac{\exp\left(-\frac{2,3056 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1,380\,649 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 1,0 \cdot 10^{10} \text{ K}}\right)}{\exp\left(-\frac{2,3056 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1,380\,649 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 1,0 \cdot 10^{10} \text{ K}}\right) + 1}$$

$$R = 0,182\,296 \dots \approx 0,18 \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

Vastaus: Neutronien osuus nukleoneista on noin 0,18.

Pisteytyksestä:

- Massaero = 1 p.
- R :n lauseke muodostettu oikein = 3 p.
- Oikea vastaus järkevällä tarkkuudella = 1 p.

8.2 Neutroni muuttuu protoniksi β^- -hajoamisessa.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{2 p. (yht. 7 p.)}$$

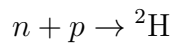
Vastauksen yhtälöksi hyväksytään myös



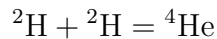
8.3 Muodostetaan reaktioiden ketju, jossa helium-4-ydin syntyy.

Ratkaisuvaihtoehto 1

Ensimmäisessä reaktiossa neutroni ja protoni muodostavat deuteriumin.



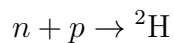
Kaksi deuteriumia muodostavat helium-4-ytimen.



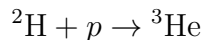
3 p. (yht. 10 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 2

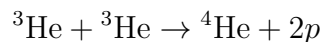
Ensimmäisessä reaktiossa muodostuu deuterium-ydin.



Toisessa reaktiossa muodostuu helium-3-ydin.



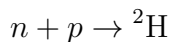
Kolmannessa reaktiossa kaksi helium-3-ydintä yhdistyvät ja muodostavat helium-4-ytimen ja kaksi protonia.



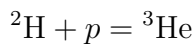
3 p. (yht. 10 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 3

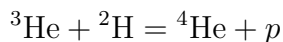
Ensimmäisessä reaktiossa neutroni ja protoni muodostavat deuteriumin.



Deuterium ja protoni muodostavat helium-3-ytimen.



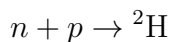
Helium-3-ydin ja deuterium muodostavat helium-4-ytimen ja protonin.



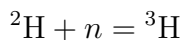
3 p. (yht. 10 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 4

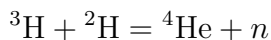
Ensimmäisessä reaktiossa neutroni ja protoni muodostavat deuteriumin.



Deuterium ja neutroni muodostavat tritiumin.



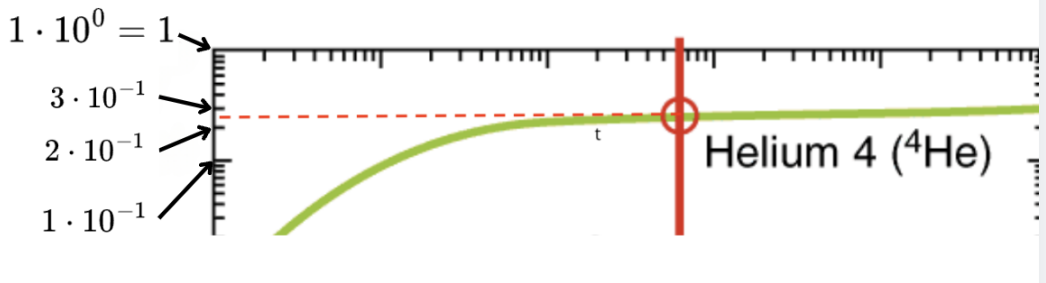
Tritium ja deuterium muodostavat helium-4-ytimen ja neutronin.



3 p. (yht. 10 p.)

- 8.4 Teoreettinen malli ja WMAP-havainnot vastaavat hyvin toisiaan: Kuvan ympyröillä merkityt havaintopisteet (WMAP tulokset) osuvat melko hyvin teoreettisten käyrien päälle. 3 p. (yht. 13 p.)

Kuvaajassa pystyakselilla arvo $10^0 = 1$ vastaa vedyn massaosuutta ja muiden isotooppien massaosuudet on siis ilmoitettu verrattuna vetyyn. Pystyakselin arvot kasvavat ylöspäin mennessä. Helium-4 -rinkulan keskikohta osuu melko tarkasti pystyakselilla $2 \cdot 10^{-1}$ ja $3 \cdot 10^{-1}$ väliin eli noin $2,5 \cdot 10^{-1} = 0,25$.



Näin voidaan päätellä, että helium-4:n massaosuus on noin 25% vedyn massaosuudesta.

Kuvan mukaan helium-4-isotoopin massaosuus on noin 25% vedyn massaosuudesta. (2 p. (yht. 15 p.)) Kuvasta nähdään, että helium-3-isotoopin ja deuteriumin massaosuudet ovat kymmenestuhannesosia vedyn massaosuudesta, joten niiden määrä ei vaikuta heliumin massaosuuteen.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) oli laskettu vedyn ja heliumin massaosuuksien suhde, vaikka tehtävänannossa pyydettiin heliumin ja vedyn massaosuuksien suhdetta.

Pisteytyksestä:

- Todettu, että malli ja havainnot vastaavat toisiaan = 3 p.
- Määritetty heliumin ja vedyn massaosuuksien suhde = 2 p.
- Myös vedyn ja heliumin massaosuuksien suhteen laskeminen tuottaa = 2 p.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

9. Trampoliini (20 p.)

Aineisto:

9. A [Taulukko: Trampoliinilla hyppivän fyysikon sijainti ajan funktiona](#)
9. B [Teksti: Trampoliinilla hyppimisen mekaniikkaa](#)

Fyysikko hyppii trampoliinilla siten, että hän on osan hypystä ilmassa. Taulukossa [9.A](#) on fyysikon sijainti pystysuunnassa eräinä ajan hetkinä. Tekstissä [9.B](#) selitetään hyppimiseen liittyvää mekaniikkaa.

9.1 Selitä, miten taulukon [9.A](#) perusteella voidaan laskea fyysikon nopeus. Piirrä kuvaaja, joka esittää fyysikon nopeutta kaikilla taulukon [9.A](#) ajan hetkillä. (6 p.)

Valitse jokaisessa osatehtävässä 9.2–9.4 parhaiten soveltuva vaihtoehto. Vastattuasi osatehtävään voit vaihtaa vastausvaihtoehtoa, mutta et voi jättää osatehtävää enää kokonaan ilman vastausta. Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et halukaan jättää tehtävää arvosteltavaksi, merkitse jokaiseen osatehtävään vaihtoehto "En vastaa.". Oikea vastaus 1 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

9.2 Mikä liikkeen malli kuvaa fyysikon liikettä ajan hetkellä $t = 0,1$ s? (1 p.)

- ☐ tasainen liike
- ☐ tasaisesti kiihtyvä liike
- ☐ harmoninen värähdysliike
- ☐ pyörimisliike
- ☐ En vastaa.

9.3 Mikä liikkeen malli kuvaa fyysikon liikettä ajan hetkellä $t = 0,5$ s? (1 p.)

- ☐ tasainen liike
- ☐ tasaisesti kiihtyvä liike
- ☐ harmoninen värähdysliike
- ☐ pyörimisliike
- ☐ En vastaa.

9.4 Millä ajan hetkellä liikkeen tyyppi muuttuu seuraavan kerran ajanhetken $t = 0,5 \text{ s}$ jälkeen? (1 p.)

- ☐ 0,9 s
- ☐ 1,7 s
- ☐ 1,9 s
- ☐ 2,1 s
- ☐ En vastaa.

9.5 Määritä fyysikon suurin kiihtyvyys. (4 p.)

9.6 Johda lauseke suurimmalle amplitudille A jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta. Käytä apunasi tekstiä [9.B](#). Mikä on suurin mahdollinen amplitudi, jolla jalat eivät irtoa trampoliinilta, jos fyysikon massa on 68 kg ja trampoliinin "jousivakio" on $4\,600 \text{ N/m}$? (7 p.)

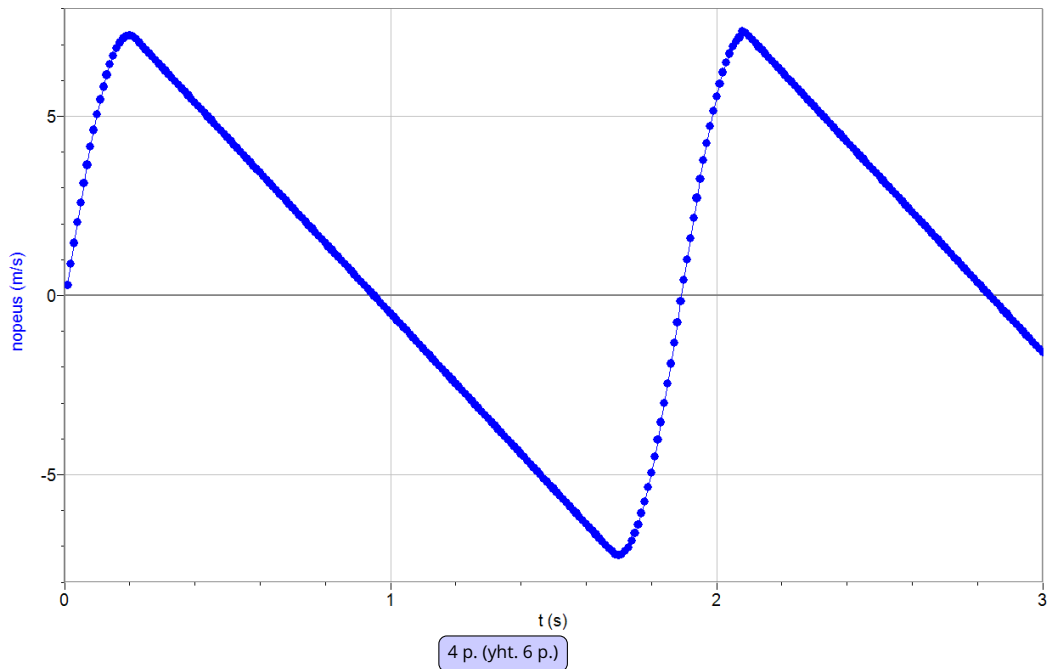
Ratkaisu.

9.1

Ratkaisuvaihtoehto 1

Nopeus on paikan muutoksen suhde ajan muutokseen eli $\bar{v} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$. 2 p. (yht. 2 p.)

Piirretään kuvaaja, jossa on tehtävän aineistossa annettu fyysikon sijainti pystysuunnassa sekä pystysijainnin y ja ajan t muutoksien suhde eli nopeus. Kuvaajan piirtämisessä on käytetty LoggerPro:n muutos-komentoa.



Pisteytyksestä:

- Suure tai yksikkö puuttuu akselilta = -1 p / puute

Tätä kuvaa ei vaadita ratkaisussa:

Lasketun sarakkeen ominaisuudet

Sarakkeen määrittäminen Asetukset

Qtsikot ja yksiköt:

Nimi: nopeus

Lyhenne: v Yksikkö: m/s

Kohde:

Datasarja: Lisää samanlaisiin datasarjoihin

Lauseke:

muutos("y (m) ") / muutos("t (s) ")

Funktiot > Muuttujat (Sarakkeet) > Parametrit >

Ohje Valmis Peruuta

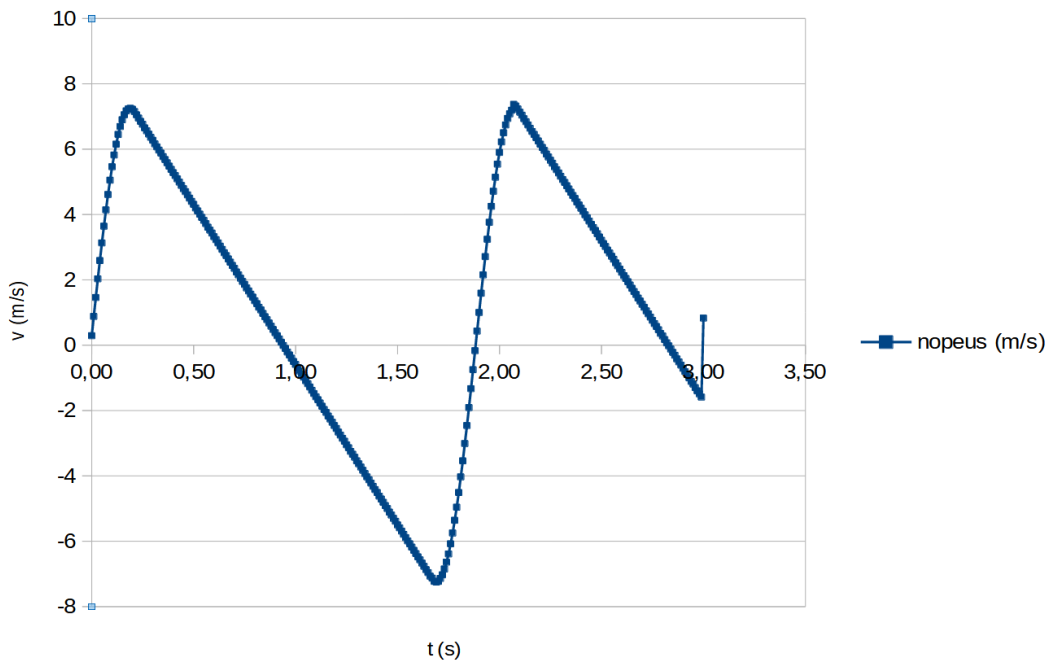
Nopeuden voi myös laskea derivoimalla muuttujaa (saraketta) $y(m)$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Nopeus on paikan muutoksen suhde ajan muutokseen eli $\bar{v} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$. 2 p. (yht. 2 p.)

Lasketaan aineiston perusteella fyysikon nopeus pystysijainnin muutoksen ja ajan muutoksien suhteena ja piirretään näin saaduista nopeuden arvoista kuvaaja:

	A	B	C	t
1	t (s)	y (m)		
2	0,00	-1,0439	$=(B3-B2)/(A3-A2)$	
3	0,01	-1,0410	$=(B4-B3)/(A4-A3)$	
4	0,02	-1,0322	$=(B5-B4)/(A5-A4)$	
5	0,03	-1,0176	$=(B6-B5)/(A6-A5)$	
6	0,04	-0,9973	$=(B7-B6)/(A7-A6)$	
7	0,05	-0,9714	$=(B8-B7)/(A8-A7)$	



4 p. (yht. 6 p.)

9.2

- ☐ tasainen liike
- ☐ tasaisesti kiihtyvä liike

- ☒ harmoninen värähdysliike 1 p. (yht. 7 p.)
- ☐ pyörimisliike
- ☐ En vastaa.

Perustelu: Hetkellä $t = 0,1$ s fyysikon korkeus on paikan kuvaajan perusteella nollan alapuolella eli fyysikko on kosketuksissa trampoliiniin. Silloin fyysikkoon vaikuttaa maan painovoima sekä trampoliinin aiheuttama voima. Aineiston [9.B.](#) mukaan tämä voima on muotoa $F(y) = -ky$ eli voima on suoraan verrannollinen hyppijän pystysuuntaiseen poikkeamaan y kuormittamattoman trampoliinin tasosta ja vastakkaissuuntainen. Voima F on siis harmoninen voima. Sen ja (vakiosuuruisen) painovoiman summa on myös harmoninen voima. Fyysikkoon vaikuttava kokonaisvoima on siis harmoninen, joten fyysikko on harmonisessa värähtelyliikkeessä.

9.3

- ☐ tasainen liike
- ☒ tasaisesti kiihtyvä liike 1 p. (yht. 8 p.)
- ☐ harmoninen värähdysliike
- ☐ pyörimisliike
- ☐ En vastaa.

Perustelu: Hetkellä $t = 0,5$ s fyysikko on paikan kuvaajan perusteella kuormittamattoman trampoliinin yläpuolella joten nyt fyysikkoon vaikuttavat ainoastaan maan painovoima sekä ilmanvastus, joka voidaan olettaa merkityksettömän pieneksi. Koska fyysikkoon vaikuttava kokonaisvoima on vakio, myös fyysikon kiihtyvyys on vakio eli hän on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Myös kohdan 9.1 kuvaaja vahvistaa tämän päättelyn: hetkellä $t = 0,5$ s fyysikon nopeuden kuvaajan kulmakerroin pysyy vakiona. Fyysikon nopeuden muutos eli kiihtyvyys on siis vakio.

9.4

- ☐ 0,9 s
- ☒ 1,7 s 1 p. (yht. 9 p.)
- ☐ 1,9 s
- ☐ 2,1 s

☐ En vastaa.

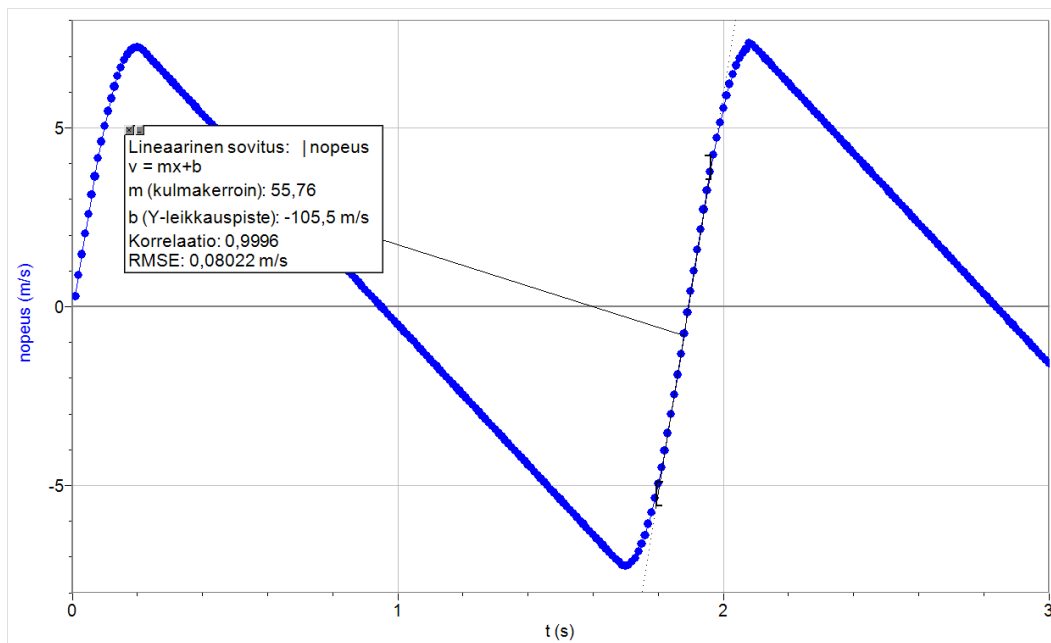
Perustelu: Hetkellä $t = 0,9 \text{ s}$ fyysikon nopeus muuttuu positiivisesta negatiiviseksi. Liikkeen tyyppi ei kuitenkaan muutu, fyysikko on koko ilmalentonsa ajan tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Hetkellä $t = 1,7 \text{ s}$ fyysikon nopeuden pieneminen lakkaa ja hän rupeaa hidastumaan. Tasaisesti alaspäin kiihtyvä liike siis loppuu ja trampoliinin ylöspäin suuntautuva voima rupeaa vaikuttamaan fyysikkoon, jolloin fyysikko on jälleen harmonisessa värähtelyliikkeessä.

Hetkellä $t = 1,9 \text{ s}$ fyysikon nopeus muuttuu taas positiiviseksi. Hän siis käy alimassa asemassaan ja rupeaa taas nousemaan ylöspäin. Hetkellä $t = 2,1 \text{ s}$ hän irtaoo trampoliinista ja aloittaa uuden ilmalennon. Ennen hetkeä $t = 0,2 \text{ s}$ fyysikko on harmonisessa värähtelyliikkeessä, aikavälillä $t = 0,2 \text{ s} - t = 1,7 \text{ s}$ fyysikko on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä ja aikavälillä $t = 1,7 \text{ s} - t = 2,1 \text{ s}$ fyysikko on jälleen harmonisessa värähtelyliikkeessä.

9.5

Ratkaisuvaihtoehto 1

Kiihtyvyys on nopeuden muutosnopeus eli $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$. 1 p. (yht. 10 p.) Fyysikon kiihtyvyys on siis fyysikon nopeuden kuvaajan kulmakerroin. 1 p. (yht. 11 p.) Tehdään nopeuden kuvaajaan suoran sovitus välille, jossa nopeuden kulmakerroin on silmämääräisesti suurimmillaan:



Nopeuskuvaajan kulmakertoimen voi määrittää myös lyhyemmältä väliltä, jolloin saadaan hieman suurempia arvoja. Pidemmän välin käyttö antaa luotettavamman tuloksen, sillä yksittäisen mittauspisteen merkitys (ja siten mittausvirhe) pienenee. Kiihtyvyys on suurimmillaan, kun fyysikkoon kohdistuva voima on suurimmillaan. Tämä tapahtuu silloin, kun fyysikko on trampoliinin alimmassa asemassa.

Vastaus: Fyysikon suurin kiihtyvyys on noin $56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 2 p. (yht. 13 p.)

Pisteytyksestä: YTL:n Hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) vastaukseksi hyväksytään kiihtyvyyden arvot väliltä $55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kiihtyvyys on nopeuden derivaatta ajan suhteen:

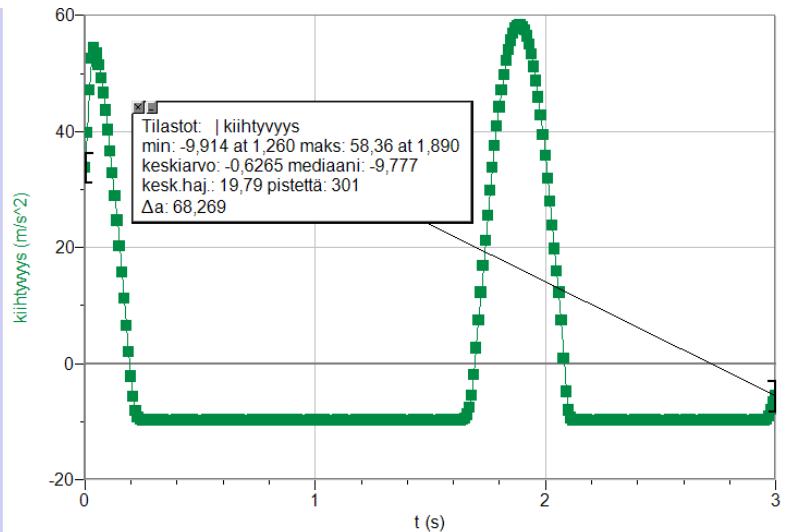
$$D(v(t)) = a(t)$$

Nopeus puolestaan on paikan derivaatta ajan suhteen:

$$D(x(t)) = v(t)$$

Fyysikon kiihtyvyys saadaan siis joko derivoimalla paikkadatasta laskettua nopeutta tai suoraan derivoimalla paikkadataa kahdesti. 1 p. (yht. 10 p.) Derivoidaan LoggerPro:lla paikkadata kahdesti ja etsitään saadun kiihtyvyysskuvaajan maksimi:

	t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s ²)
11	0,10	7657,050	0,252	
12	0,11	7111,460	6,591	
13	0,12	3529,820	2,840	
14	0,13	5914,150	8,889	
15	0,14	5269,450	4,643	
16	0,15	4600,690	0,225	
17	0,16	3910,900	5,715	
18	0,17	3205,050	1,145	
19	0,18	2488,170	6,517	
20	0,19	1765,230	1,967	
21	0,20	1040,250	2,242	
22	0,21	3318,220	5,738	
23	0,22	3397,150	8,116	
24	0,23	1102,050	9,312	
25	0,24	1797,950	9,701	
26	0,25	2482,850	9,805	
27	0,26	3158,760	9,846	
28	0,27	3823,650	9,802	
29	0,28	4479,560	9,777	
30	0,29	5125,460	9,776	
31	0,30	5761,360	9,797	
32	0,31	5388,270	9,821	



2 p. (yht. 12 p.)

Vastaus: Fyysikon suurin kiihtyvyys on noin $58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. 1 p. (yht. 13 p.)

Pistetyksestä: YTL:n Hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) vastaukseksi hyväksytään kiihtyvyyden arvot väliltä $55 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

9.6

$$m = 68 \text{ kg}$$

$$k = 4\,600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Aineistossa [9.B](#) on annettu yhtälö hyppijän paikalle ajan funktiona:

$$y(t) = -\frac{mg}{k} - A \cos(2\pi ft)$$

Kosinifunktio saa arvoja vain väliltä $[-1, 1]$. Kosinin edessä on kertoimena negatiivinen $-A$, joten hyppijän paikka on suurimmillaan, kun kosinifunktio saa pienimmän mahdollisen arvonsa eli -1 :den. 2 p. (yht. 15 p.) Sijoitetaan tämä kosinin paikalle:

$$y(t) = -\frac{mg}{k} - A \cos(2\pi ft) \quad || \text{sij. } \cos(2\pi ft) = -1$$

$$y_{\max} = -\frac{mg}{k} - A \cdot (-1)$$

$$y_{\max} = -\frac{mg}{k} + A$$

Fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinista, jos hänen korkein kohtansa on nolla eli juuri ja juuri kuormittamattoman trampoliinin tasossa. Sijoitetaan siis $y_{\max} = 0$ 1 p. (yht. 16 p.) ja ratkaistaan kysytty amplitudi A :

$$0 = -\frac{mg}{k} + A$$

$$A = \frac{mg}{k} \quad \text{2 p. (yht. 18 p.)}$$

Tämä on siis suurin amplitudi, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta. Lasketaan vielä suurimman mahdollisen amplitudin lukuarvo tehtävän lukuarvoilla:

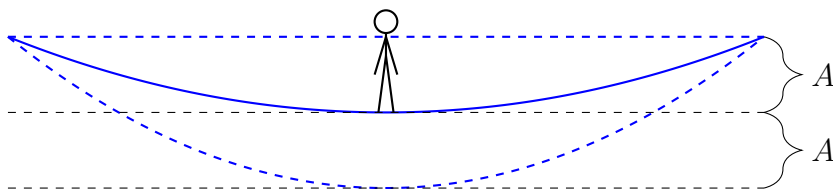
$$\begin{aligned} A &= \frac{68 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4600 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \\ &= 0,145017 \dots \text{ m} \quad \text{1 p. (yht. 19 p.)} \\ &\approx 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vastaus: Lauseke suurimmalle mahdolliselle amplitudille, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta, on $A = \frac{mg}{k}$. Annetuilla lukuarvoilla suurin mahdollinen amplitudi on 15 cm. 1 p. (yht. 20 p.)

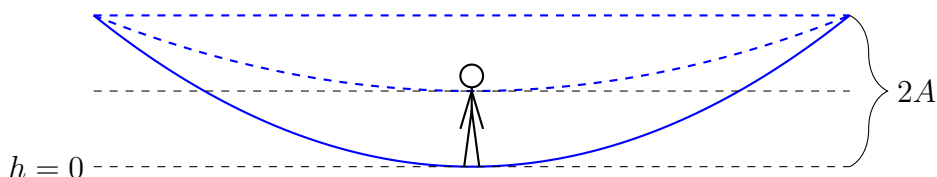
Pisteytyksestä: Amplitudin lausekkeen voi antaa myös muodossa $A = \frac{g}{4\pi^2 f^2}$, mikä saadaan sijoittamalla annetusta taajuuden f lausekkeesta ratkaisu jousivakio k yllä olevaan amplitudin lausekkeeseen.

Ratkaisuvaihtoehto 2

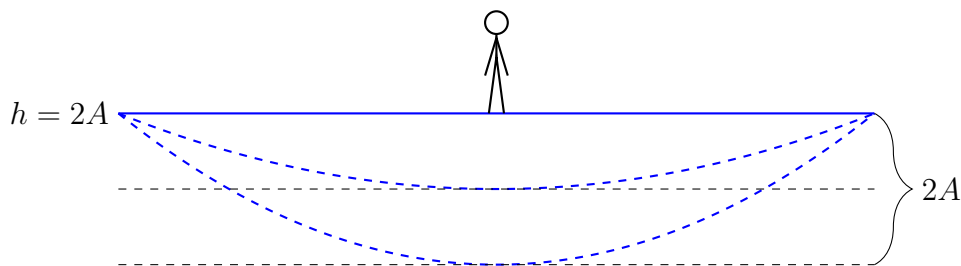
Aineiston tekstin perusteella trampoliinin aiheuttama voima noudattaa harmonisen voiman kaavaa, sillä se on suoraan verrannollinen fyysikon paikkaan suhteessa kuormittamattoman trampoliinin tasoon. Fyysikko ja trampoliini muodostavat täten harmonisen värähtelijän. Harmoninen värähtelijä liikkuu symmetrisesti tasapainoasemansa molemmin puolin. Jos fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinista, hänen alin asemansa on siis kahden amplitudin verran kuormittamattoman trampoliinin tason alapuolella. 1 p. (yht. 14 p.) Värähtelyn tasapainoasema on yhden amplitudin verran kuormittamattoman trampoliinin tason alapuolella.



Värähdysliikkeessä mekaaninen energia säilyy, kun systeemiin ei tehdä työtä. Tarkastellaan fyysikon ja trampoliinin muodostamaa systeemiä. Valitaan painovoiman potentiaalienergian nollatasoksi fyysikon alin asema. Tällöin fyysikon ollessa alimmassa asemassaan systeemillä on vain trampoliiniin varastoitunutta potentiaalienergiaa ($E_j = \frac{1}{2}kx^2$), missä k on trampoliinin "jousivakio" ja x on poikkeama trampoliinin "lepopituudesta" eli kuormittamattoman trampoliinin tasosta. Alimmassa asemassa fyysikko on hetkellisesti paikallaan, eli systeemin liike-energia on nolla.



Ylimmässä asemassa eli kuormittamattoman trampoliinin tasolla fyysikon nopeus on nolla (hän on juuri ja juuri vielä kiinni trampoliinissa), joten systeemin liike-energia on taas nolla. Fyysikko on nyt liikeratansa ylimmässä asemassa, joten systeemillä potentiaalienergia maan painovoiman suhteen ($E_p = mgh$) on nyt suurimmillaan. Muodostetaan yhtälö mekaanisen energian säilymiselle:



$$E_{\text{ylhäällä}} = E_{\text{alhaalla}}$$

$$mgh_{\text{ylhäällä}} + \frac{1}{2}kx_{\text{ylhäällä}}^2 = mgh_{\text{alhaalla}} + \frac{1}{2}kx_{\text{alhaalla}}^2 \quad \text{2 p. (yht. 16 p.)}$$

$$mg(2A) + \frac{1}{2}k \cdot 0^2 = mg \cdot 0 + \frac{1}{2}k(2A)^2$$

$$2mgA = \frac{4}{2}kA^2 \quad \parallel : 2A$$

$$kA = mg$$

$$A = \frac{mg}{k} \quad \text{2 p. (yht. 18 p.)}$$

Tämä on siis suurin amplitudi, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta. Lasketaan vielä suurimman mahdollisen amplitudin lukuarvo tehtävän lukuarvoilla:

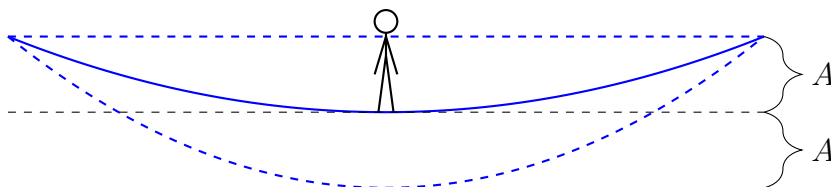
$$\begin{aligned} A &= \frac{68 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4\,600 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \\ &= 0,145\,017 \dots \text{ m} \quad \text{1 p. (yht. 19 p.)} \\ &\approx 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vastaus: Lauseke suurimmalle mahdolliselle amplitudille, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta, on $A = \frac{mg}{k}$. Annetuilla lukuarvoilla suurin mahdollinen amplitudi on 15 cm. 1 p. (yht. 20 p.)

Pisteytyksestä: Amplitudin lausekkeen voi antaa myös muodossa $A = \frac{g}{4\pi^2 f^2}$, mikä saadaan sijoittamalla annetusta taajuuden f lausekkeesta ratkaisu jousivakio k yllä olevaan amplitudin lausekkeeseen.

Ratkaisuvaihtoehto 3

Aineiston tekstin perusteella trampoliinin aiheuttama voima noudattaa harmonisen voiman kaavaa, sillä se on suoraan verrannollinen fyysikon paikkaan suhteessa kuormittamattoman trampoliinin tasoon. Fyysikko ja trampoliini muodostavat täten harmonisen värähtelijän. Harmoninen värähtelijä liikkuu symmetrisesti tasapainoasemansa molemmin puolin. Koska fyysikko juuri ja juuri pysyy trampoliinin päällä, on värähtelyn tasapainoaseman oltava yhden amplitudin verran kuormittamattoman trampoliinin tason alapuolella. 1 p. (yht. 14 p.)



Fyysikkoon vaikuttaa Maan vetovoima $\overline{G}$ ja trampoliinin voima $\overline{F}$. Tasapainoasemassa fyysikon kiihtyvyys on nolla. Lisäksi tasapainoasemassa trampoliinin venymä kuormittamattoman trampoliinin tasoon nähden on A . Täten Newtonin toisen lain nojalla

$$\Sigma \overline{F} = \overline{0}$$

$$\overline{F} + \overline{G} = \overline{0}$$

$$F - G = 0 \quad \text{2 p. (yht. 16 p.)}$$

$$F = G$$

$$kA = mg$$

$$A = \frac{mg}{k} \quad \text{2 p. (yht. 18 p.)}$$

Tämä on siis suurin amplitudi, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta. Lasketaan vielä suurimman mahdollisen amplitudin lukuarvo tehtävän lukuarvoilla:

$$\begin{aligned} &= \frac{68 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4\,600 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \\ &= 0,145\,017 \dots \text{ m} \quad \text{1 p. (yht. 19 p.)} \\ &\approx 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vastaus: Lauseke suurimmalle mahdolliselle amplitudille, jolla fyysikon jalat eivät irtoa trampoliinilta, on $A = \frac{mg}{k}$. Annetuilla lukuarvoilla suurin mahdollinen amplitudi on 15 cm. 1 p. (yht. 20 p.)

Pisteytyksestä: Amplitudin lausekkeen voi antaa myös muodossa $A = \frac{g}{4\pi^2 f^2}$, mikä saadaan sijoittamalla annetusta taajuuden f lausekkeesta ratkaisu jousivakio k yllä olevaan amplitudin lausekkeeseen.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

10. Vesipullo (20 p.)

Aineisto:

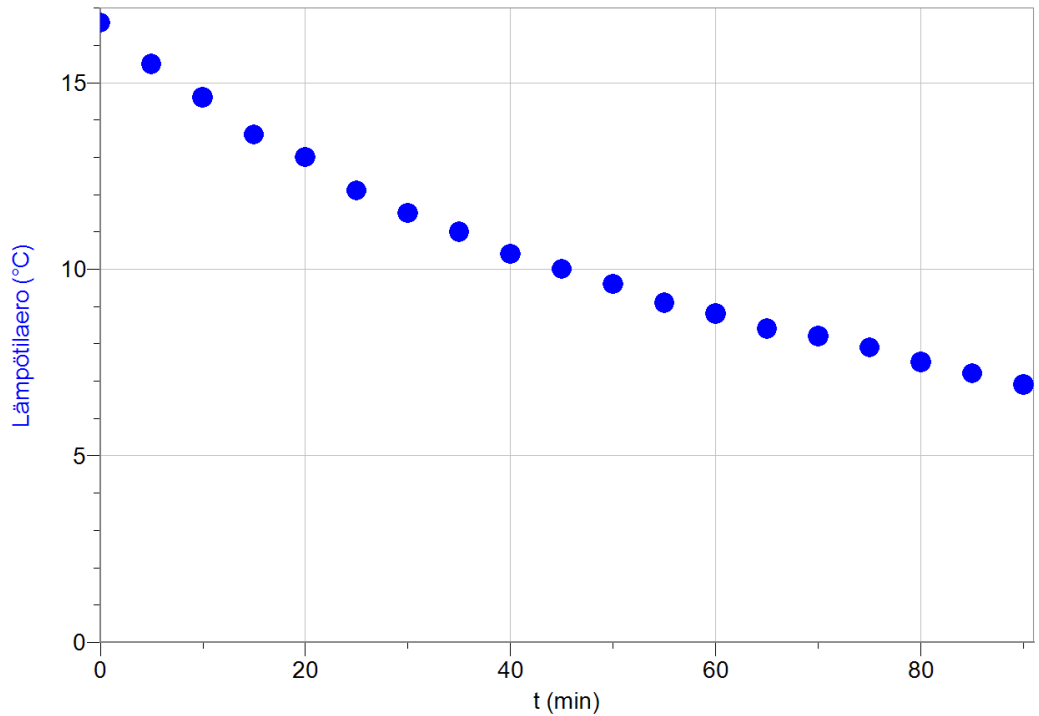
- 10. A [Kuva: Täysi vesipullo](#)
- 10. B [Taulukko: Veden lämpötila ajan funktiona](#)
- 10. C [Kuva: Jäähdytetty tyhjä pullo](#)

Puolen litran vesipullo (kuva [10.A](#)) otettiin jääkaapista olohuoneeseen. Pullossa olevan veden lämpötila mitattiin 5 minuutin välein 1,5 tunnin ajan (taulukko [10.B](#)). Jääkaapin lämpötila oli $5,3\text{ }^{\circ}\text{C}$, olohuoneen lämpötila oli $21,9\text{ }^{\circ}\text{C}$, ja ulkoinen ilmanpaine oli normaalipaine.

- 10.1 Laadi graafinen esitys, josta ilmenee veden (taulukko [10.B](#)) ja huoneen lämpötilaero ajan funktiona. Kuinka pitkän ajan kuluessa veden lämpötila olisi mittaus-tarkkuuden rajoissa saavuttanut huoneen lämpötilan? (7 p.)
- 10.2 Vesipullo laitettiin takaisin jääkaappiin 1,5 tunnin jälkeen. Jääkaappi jäähdytti ideaalisella suorituskvyyllä, eli $\epsilon_{\max} = \frac{Q}{W} = \frac{1}{\eta_{\max}} - 1$, jossa Q on siirtynyt lämpö-määrä, W on työ ja $\eta_{\max}$ on ideaalinen hyötysuhde. Kuinka paljon ylimääräistä sähköenergiaa kului, kun vesi jäähdyi takaisin jääkaapin lämpötilaan? (5 p.)
- 10.3 Samanlainen tyhjä pullo laitettiin jääkaappiin huoneenlämpöisenä ja odotettiin, kunnes se saavutti jääkaapin lämpötilan. Pullo alkoi jäähtyessään rutistua kaasaan, kun pullon ja ulkoisen ilman paine-ero kasvoi 2,0 millibaariin (kuva [10.C](#)). Määritä pullossa olevan ilman tilavuuden muutoksessa tehty työ, kun paine-ero pysyi vakiona muutoksen aikana. Selitä, miten pullon rutistuminen vaikutti pullossa olevan ilman jäähtymiseen verrattuna siihen, että pullo ei rutistuisi. (8 p.)

Ratkaisu.

- 10.1. Huoneen lämpötila on $21,9\text{ }^{\circ}\text{C}$. Huoneen ja veden lämpötilaero on siis $21,9\text{ }^{\circ}\text{C} - T$, missä T on veden lämpötila. Muodostetaan uusi laskettu sarake lämpötilaeron arvoille ja piirretään lämpötilaero ajan funktiona.

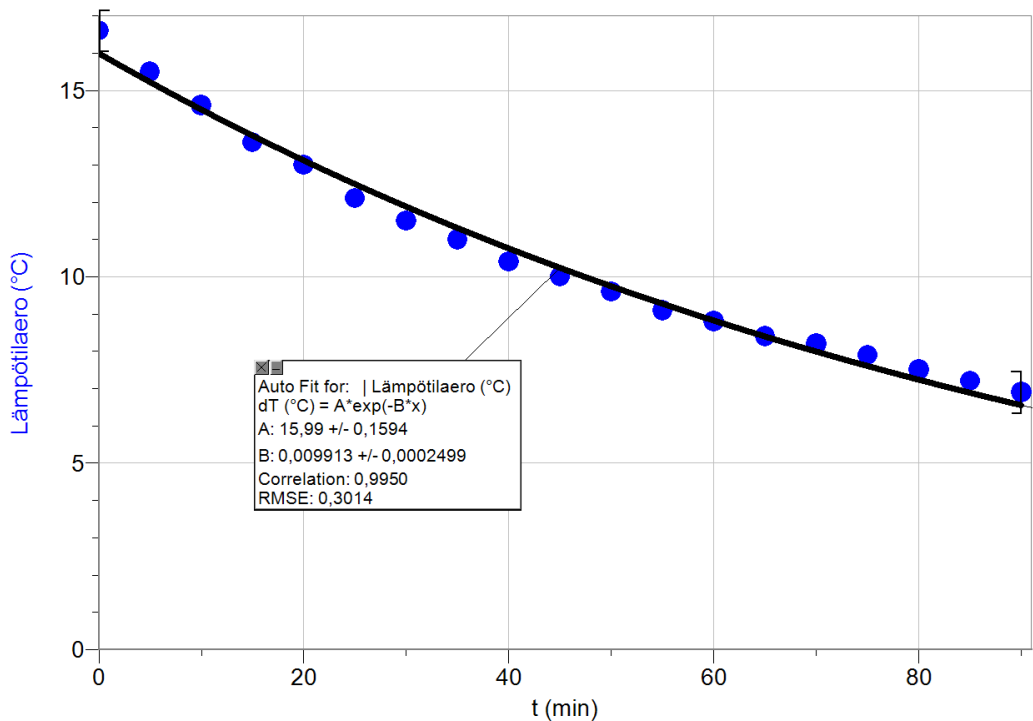


5 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty kuvaaja = 5 p,
- Piirretty lämpötilaeron sijaan lämpötilan kuvaaja = 0 p,
- Suure tai yksikkö puuttuu akselilta = -1 p,
- Muu pieni virhe tai puute = -1 p.

Lämpötilaeroa kuvaa parhaiten eksponentiaalisesti vähenevä malli.



Mallin perusteella lämpötilaero ajan funktiona on siis

$$\Delta T = 15,99 \cdot e^{-0,009913 \cdot \frac{t}{\text{min}}} \text{ °C} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

Mittausdatan lämpötilat on ilmoitettu 0,1 °C tarkkuudella, joten mittausvirheeksi voidaan olettaa noin $\pm 0,05 \text{ °C}$. Tutkitaan sovitefunktion avulla, millä ajanhetkellä lämpötilaero on alle $0,05 \text{ °C}$.

$$\Delta T = 0,05 \text{ °C}$$

$$15,99 \cdot e^{-0,009913 \cdot \frac{t}{\text{min}}} \text{ °C} = 0,05 \text{ °C}$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{0,05 \text{ °C}}{15,99 \text{ °C}}\right)}{-0,009913} \text{ min}$$

$$t = 581,83 \dots \text{ min}$$

$$t \approx 580 \text{ min}$$

$$= 9 \text{ h } 40 \text{ min} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

Vastaus: Veden lämpötila olisi mittaustarkkuuden rajoissa saavuttanut huoneen lämpötilan 9 h 40 min kuluttua.

Huomaa! Saatu tulos voi vaihdella useita tunteja riippuen käytetystä sovitefunktioista. Sovitefunktion parametrit saattavat vaihdella ohjelmasta toiseen, vaikka funktio olisi muuten samanlainen. Näin ollen uskomme, että vastaukseksi hyväksytään laaja väli eri arvoja, kunhan vastaukseen on päädytty perustellen ja järkevällä tavalla.

10.2. Huoneen (lämpösäiliö) lämpötila on

$$T_1 = 21,9^\circ\text{C} = (21,9 + 273,15) \text{ K} = 295,05 \text{ K}$$

ja jääkaapin (kylmäsäiliö) lämpötila on

$$T_2 = 5,3^\circ\text{C} = (5,3 + 273,15) \text{ K} = 278,45 \text{ K}.$$

Lasketaan ideaalinen suorituskyky:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\max} &= \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)} \\ &= \frac{278,45 \text{ K}}{295,05 \text{ K} - 278,45 \text{ K}} \\ &= 16,77409 \dots\end{aligned}$$

Pullossa on $V = 0,5 \ell$ vettä ja veden lämpötila 1,5 tunnin, eli 90 minuutin jälkeen on datan perusteella $T_v = 15,0^\circ\text{C}$.

$$\rho = 1,0 \frac{\text{kg}}{\ell}$$

$$c = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Delta T_v = T_v - T_2 = 15,0^\circ\text{C} - 5,3^\circ\text{C} = 9,7^\circ\text{C}$$

Jäähtyessään vesi luovuttaa lämpömäärän

$$Q = cm\Delta T_v \quad \text{1 p. (yht. 9 p.)}$$

$$= c\rho V\Delta T_v \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

$$= 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1,0 \frac{\text{kg}}{\ell} \cdot 0,5 \ell \cdot 9,7^\circ\text{C}$$

$$= 20,3215 \text{ kJ}$$

Ratkaistaan jääkaapin tekemä työ.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\max} &= \frac{Q}{W} \\ W &= \frac{Q}{\varepsilon_{\max}} \quad (1 \text{ p. (yht. 11 p.)}) \\ &= \frac{20,3215 \text{ kJ}}{16,77409 \dots} \\ &= 1,2114 \dots \text{ kJ} \\ &\approx 1,2 \text{ kJ} \quad (1 \text{ p. (yht. 12 p.)})\end{aligned}$$

Vastaus: Ylimääräistä sähköenergiaa kului 1,2 kJ.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) vastaus oli pyöristetty kolmen merkitsevän numeron tarkkuudelle, joten myös se melko varmasti hyväksytään.

Huomaa! Tehtävänanto oli tulkinnanvarainen sen suhteen, mitä ”ylimääräinen” tarkoittaa. Yllä tehtiin tulkinta, että ”ylimääräinen sähköenergia” viittasi tilanteessa tarvittavaan sähköenergiaan verrattuna siihen, että pulloa ei olisi otettu pois jääkaapista. Toinen tulkinta on, että ”ylimääräinen sähköenergia” tarkoittaa sitä, kuinka paljon suurempi jääkaapin tekemä työ on kuin vesipullon jäähtymisessä veden luovuttama lämpömäärä. Tämän tulkinnan mukaan laskettuna ”ylimääräinen sähköenergia” olisi $W - Q$. On epävarmaa, hyväksytäänkö tämän toisen tulkinnan mukainen ratkaisu.

- 10.3. Kun pullo laitetaan jääkaappiin, sen tilavuus pysyy aluksi muuttumattomana, ja sen sisältämän ilman paine ja lämpötila muuttuvat. Kun paine on laskenut siten, että paine-ero on tehtävänannossa annetun arvon suuruinen, pullo alkaa rutistua. Tehtävänannon mukaan rutistumisen aikana paine-ero pysyy samana, eli toisin sanoen pullon sisäilman paineen voi olettaa pysyvän vakiona rutistumisen aikana, ja vain tilavuus ja lämpötila muuttuvat. Tilanteen voidaan siis ajatella koostuvan kahdesta vaiheesta: isokoorinen vaihe ja isobaarinen vaihe. Kysytty työ on isobaarisessa vaiheessa pullon sisäilmaan tehty työ.

Ratkaisuvaihtoehto 1

Jääkaappiin laittamisen hetkellä pullon sisäilman tilavuus, paine ja lämpötila ovat

$$V_1 = 0,0005 \text{ m}^3$$

$$p_1 = p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 21,9^\circ\text{C} = (21,9 + 273,15) \text{ K} = 295,05 \text{ K}$$

$$R = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Ratkaistaan pullon sisällä olevan ilman ainemäärä ideaalikaasun tilanyhtälön avulla.

$$p_1 V_1 = n R T_1$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{p_1 V_1}{R T_1} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)} \\ &= \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0,0005 \text{ m}^3}{8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 295,05 \text{ K}} \\ &= 0,020651 \dots \text{ mol} \end{aligned}$$

Juuri ennen rutistumista paine-ero on

$$\Delta p = 2,0 \text{ mbar} = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \text{ Pa} = 200 \text{ Pa}$$

ja pullon sisäilman paine on siis

$$\begin{aligned} p &= p_1 - \Delta p \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)} \\ &= 101325 \text{ Pa} - 200 \text{ Pa} = 101125 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Pullon sisäilman tilavuus V_1 ja ainemäärä n ovat samat kuin jääkaappiin laittamisen hetkellä. Ratkaistaan pullon sisäilman lämpötila juuri ennen rutistumista.

ta.

$$pV_1 = nRT$$

$$T = \frac{pV_1}{nR} \quad (1 \text{ p. (yht. 15 p.)})$$

$$T = \frac{101125 \text{ Pa} \cdot 0,0005 \text{ m}^3}{0,020651 \dots \text{ mol} \cdot 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}}$$

$$= 294,4676 \dots \text{ K}$$

$$= (294,4676 \dots - 273,15) ^\circ\text{C}$$

$$= 21,3176 \dots ^\circ\text{C}$$

Jääkaapin lämpötila on $T_2 = 5,3 ^\circ\text{C}$. Pullon sisäilman jäähtyessä rutistusvaiheen alun lämpötilasta T jääkaapin lämpötilaan sen lämpötilan muutos on

$$\Delta T = T - T_2 \quad (1 \text{ p. (yht. 16 p.)})$$

$$= 21,3176 \dots ^\circ\text{C} - 5,3 ^\circ\text{C} = 16,0176 \dots ^\circ\text{C}.$$

Tehtävänannon mukaan voidaan olettaa, että paine-ero pysyy muutoksessa vakiona. Näin ollen voidaan siis olettaa, että pullon sisäilman paine p pysyy vakiona. Pullon sisäilmaan tehty työ muutoksen aikana on siis

$$W = p\Delta V \quad (1 \text{ p. (yht. 17 p.)})$$

$$= nR\Delta T \quad (1 \text{ p. (yht. 18 p.)})$$

$$= 0,020651 \dots \text{ mol} \cdot 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 16,0176 \dots ^\circ\text{C}$$

$$= 2,75035 \dots \text{ J}$$

$$\approx 2,8 \text{ J} \quad (1 \text{ p. (yht. 19 p.)})$$

Pullon ilman lämpötila (ja sisäenergia) pienenevät, kun se luovuttaa ympäristöönsä (jääkaappiin) lämpöä. Pullon rutistuessa pullon sisältämän ilman tilavuus pienenee, jolloin pulloon tehdään työtä. Lämpöopin ensimmäisen pääsäännön nojalla pullon ilmaan tehty työ kasvattaa pullon sisäenergiaa. Tällöin pullo joutuu luovuttamaan enemmän lämpöä jäähtyäkseen jääkaapin lämpötilaan kuin jos pullon tilavuus pysyisi samana. Rutistuminen siis hidastaa ilman jäähtymistä verrattuna tilanteeseen, jossa rutistumista ei tapahtuisi. (1 p. (yht. 20 p.)

Vastaus: Pullon ilman tilavuuden muutoksessa tehty työ on 2,8 J.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Jääkaappiin laittamisen hetkellä pullon sisäilman tilavuus, paine ja lämpötila ovat

$$V_1 = 0,0005 \text{ m}^3$$

$$p_1 = p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 21,9^\circ\text{C} = (21,9 + 273,15) \text{ K} = 295,05 \text{ K}$$

$$R = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Juuri ennen rutistumista paine-ero on

$$\Delta p = 2,0 \text{ mbar} = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \text{ Pa} = 200 \text{ Pa}$$

ja pullon sisäilman paine rutistuksen aikana ja sen jälkeen on siis

$$p_2 = p_1 - \Delta p \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)}$$

$$= 101325 \text{ Pa} - 200 \text{ Pa} = 101125 \text{ Pa.}$$

Rutistumisen loputtua pullon ilman lämpötila on sama kuin jääkaapin lämpötila, eli sen lämpötila on

$$T_2 = 5,3^\circ\text{C} = (5,3 + 273,15) \text{ K} = 278,45 \text{ K}$$

Pullossa olevan ilman ainemäärä on vakio. Tällöin ideaalikaasun tilanyhtälön nojalla

$$pV = nRT$$

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{vakio}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)}$$

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} \quad \text{1 p. (yht. 15 p.)}$$

Näin pullossa olevan ilman tilavuuden muutokseksi ΔV saadaan

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= V_1 - V_2 \\
 &= V_1 - \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} \quad (1 \text{ p. (yht. 16 p.)}) \\
 &= V_1 \left(1 - \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right) \\
 &= 0,0005 \text{ m}^3 \cdot \left(1 - \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 278,45 \text{ K}}{101125 \text{ Pa} \cdot 295,05 \text{ K}} \right) \\
 &= 2,71975 \dots \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \quad (1 \text{ p. (yht. 17 p.)})
 \end{aligned}$$

Rutistumisen aikana pullon ilman paine on vakio, joten pullon ilmaan tehty työ on

$$\begin{aligned}
 W &= p_2 \Delta V \quad (1 \text{ p. (yht. 18 p.)}) \\
 &= 101125 \text{ Pa} \cdot 2,71975 \dots \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \\
 &= 2,70535 \dots \text{ J} \\
 &\approx 2,8 \text{ J} \quad (1 \text{ p. (yht. 19 p.)})
 \end{aligned}$$

Pullon ilman lämpötila (ja sisäenergia) pienenevät, kun se luovuttaa ympäristöönsä (jääkaappiin) lämpöä. Pullon rutistuessa pullon sisältämän ilman tilavuus pienenee, jolloin pulloon tehdään työtä. Lämpöopin ensimmäisen pääsäännön nojalla pullon ilmaan tehty työ kasvattaa pullon sisäenergiaa. Tällöin pullo joutuu luovuttamaan enemmän lämpöä jäähtyäkseen jääkaapin lämpötilaan kuin jos pullon tilavuus pysyisi samana. Rutistuminen siis hidastaa ilman jäähtymistä verrattuna tilanteeseen, jossa rutistumista ei tapahtuisi. (1 p. (yht. 20 p.))

Vastaus: Pullon ilman tilavuuden muutoksessa tehty työ on 2,8 J.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) vastaus oli pyöristetty kolmen merkitsevän numeron tarkkuudelle, joten myös se melko varmasti hyväksytään.

YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 24.9.2024) vastauksen yksikkö oli kilojoule, mutta lukuarvo sama kuin yllä. Laskujemme perusteella oikea vastaus on 2,8 J. Hyvän vastauksen piirteissä oli todenäköisesti virhe.

Huomaa! Tehtävänanto oli tulkinnanvarainen sen suhteen, mitä työtä kysyttiin. Yllä tehtiin tulkinta, että kysyttiin pullon sisäilmaan tehtyä työtä. Toinen mahdollinen tulkinta olisi pulloa ympäröivän ilman tekemä työ, ja kolmas mahdollinen tulkinta olisi pulloon (muovikuoreen) tehty nettotyö, jonka sekä pullon sisäilma että pulloa ympäröivä ilma tekevät yhdessä. On epävarmaa, hyväksytäänkö näiden toisten tulkintojen mukaiset ratkaisut.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

11. Työselostus (20 p.)

Aineisto:

11. A [Teksti: Työselostus](#)

Lukiolaiset tekivät kokeellista tutkimusta jousivoimasta ja tuottivat tekemästään työstä työselostuksen (aineisto [11.A](#)).

Arvioidessaan työselostusta opettaja jakoi sen katkoviivoin viiteen numeroituun osaan. Jokaisessa osassa on yksi tai useampia virheitä. Tehtäväsi on löytää jokaisesta osasta sen fysikaalisesti merkittävin yksittäinen virhe ja kertoa, miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein. Huomaa, että jokaisen osatehtävän vastauksessa tulee olla mainittuna vain yksi virhe.

- 11.1 Mikä on työselostuksen osan 1 merkittävin virhe? Miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein? (4 p.)
- 11.2 Mikä on työselostuksen osan 2 merkittävin virhe? Miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein? (4 p.)
- 11.3 Mikä on työselostuksen osan 3 merkittävin virhe? Miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein? (4 p.)
- 11.4 Mikä on työselostuksen osan 4 merkittävin virhe? Miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein? (4 p.)
- 11.5 Mikä on työselostuksen osan 5 merkittävin virhe? Miten virheen tekemisen sijasta toimitaan tai kuvataan toiminta työselostuksessa oikein? (4 p.)

Ratkaisu.

- 11.1 Työselostuksen osan 1 merkittävin virhe on tapahtunut kuminauhan lepopituuden ja venymien mittaamisessa: mittausta on suoritettu metriiviioittimella, josta pituuden voi lukea 1 cm tarkkuudella, joka ei ole tutkimuksen kannalta riittävä. 2 p. (yht. 2 p.) Viivoittimen asteikon karkean tarkkuuden vuoksi mahdolliset mittausvirheet ovat suurempia. Esimerkiksi 1 mm tarkkuus olisi huomattavasti parempi. Mittausten epätarkkuus käy ilmi selostuksesta: lukiolaiset toteavat kuminauhan pituuden pöydälle asetettuna olleen 5 cm, mutta taulukoiduista venymien arvoista voidaan laskea kuminauhan lepopituuden olleen 7 cm. Metriiviivoittimen sijaan lukiolaisten olisi tullut käyttää tarkempaa viivoitinta tai rullamittaa. 2 p. (yht. 4 p.)

Muut virheet: Kuminauhan oman painon aiheuttaman venymän vuoksi lepopituus tulisi mitata siten, että kuminauha roikkuu statiivissa. Lisäksi ryhmä on tehnyt virheen kevyimmän 25 g punnuksen painovoiman laskemisessa. Selostuksesta ei käy ilmi, kuinka taulukon venyttävät voimat on määritetty, mutta voimme olettaa lukiolaisten laskeneen ne kaavalla $F = mg$, missä m on punnuksen massa ja $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ on putoamiskiihtyvyys. Kevyimmän punnuksen venyttäväksi voimaksi on taulukossa kirjoitettu 225 mN, mutta laske-malla saadaan $0,025 \text{ kg} \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 245 \text{ mN}$.

- 11.2 Työselostuksen osan 2 merkittävin virhe on, että kesken mittauksen kuminauha katkesi ja korvattiin toisella, mutta mittausta ei aloitettu alusta. 2 p. (yht. 6 p.)
Kuminauhat eivät välttämättä ole täysin identtisiä, joten kaikki mittaukset olisi täytynyt toistaa uudella kuminauhalla: 2 p. (yht. 8 p.) selostuksen perusteella näin ei tehty, vaan osa mittauksista on tehty vanhalla kuminauhalla ja osa uudella.

Kuminauhan jäykkyys riippuu kuminauhan valmistukseen käytetyn kumin ominaisuuksista ja nauhan paksuudesta. Lisäksi kuminauhan kimmoisuus pienee kuminauhan ikääntyessä; tarpeeksi pitkän ajan kuluttua se hapertuu niin, ettei se kestä venytystä lainkaan. Näistä syistä kahden kuminauhan jousivakiot todennäköisesti eroavat toisistaan.

Muut virheet: Selostuksessa kerrotaan, kuinka mittauksen aikana statiivi kaatui ja siihen kiinnitetty puristin irtosi. Ryhmä toteaa, ettei tämä vaikuttanut mit-taustuloksiin, mutta selostuksesta ei käy ilmi varmistettiinkö tämä toistamalla aiemmat mittaukset.

- 11.3 Työselostuksen osan 3 merkittävin virhe on origossa oleva piste, jota ei pitäisi olla kuvaajassa ollenkaan. 2 p. (yht. 10 p.) Kuvaajassa tulisi olla vain mittaustulos-ten perusteella tehdyt pisteet. 2 p. (yht. 12 p.)

Muut virheet: Mittaustulokset on piirretty kuvaajaan, jonka pystyakselilla on venyttävä voima ja vaaka-akselilla kuminauhan pituus. Oikeampi tapa olisi ollut laittaa vaaka-akselille kuminauhan venymä, etenkin kun ennen kuvaajaa selostuksessa kerrotaan venymän riippuvan venyttävästä voimasta. Lisäksi vaaka-akselin arvot ovat metreinä, mutta ensimmäisen osan taulukon venymät ovat senttimetreinä: olisi johdonmukaisinta käyttää molemmissa samaa yksikköä.

- 11.4 Työselostuksen osan 4 merkittävin virhe on, että jousivakio laskettiin erikseen jokaiselle voima-venymä-parille, ja kuminauhan jousivakio määritettiin kahdes-ta näin saadusta arvosta. 2 p. (yht. 14 p.) Selostuksen laskun perusteella opiskeli-jat ovat laskeneet kevyimmän ja painavimman punnuksen massojen erotuksen

$125\text{ g} - 25\text{ g} = 100\text{ g}$, laskeneet tämän massaeron perusteella suurimman ja pienimmän venyttävän voiman erotuksen $100\text{ g} \cdot 9,80665\text{ m/s}^2 = 0,981\text{ N}$ ja jakaneet tämän suurimman ja pienimmän venymän erotuksella $10\text{ cm} - 2\text{ cm} = 8\text{ cm}$. Näin lukiolaiset ovat periaatteessa määrittäneet suoran kulmakertoimen ensimmäisen ja viimeisen mittauspisteen perusteella. Näin ei tulisi menetellä, vaan kuvaajan mittauspisteisiin olisi pitänyt sovittaa suora käyttäen kaikkia mittauspisteitä ja määrittää jousivakio näin saadun suoran kulmakertoimesta las-
kinohjelmalla. (2 p. (yht. 16 p.))

11.5 Työselostuksen osan 5 merkittävin virhe on tutkimuksessa käytetyn mallin rajoitteiden tarkastelun täydellinen puuttuminen. (2 p. (yht. 18 p.)) Kuminauha nou-
dattaa jousivoiman lakia $F = -kx$ joillain voiman arvoilla mutta ei millä tahansa, minkä opiskelijatkin olisivat voineet todeta nähtyään kuminauhan katkeamisen mittauksen aikana. Ryhmän olisi tullut tarkastella käyttämänsä mallin rajoituksia tutkittavan tilanteen kannalta. (2 p. (yht. 20 p.))

Ryhmä jättää lisäksi mittauksen aikana tehdyt virheet täysin huomiotta, ja toteaa työn onnistuneen heidän mielestään hyvin. Tarkastelussa olisikin tullut kiinnittää huomiota seuraaviin asioihin:

- Mittaustarkkuus: metriviivoitin ei ole mittauksen kannalta riittävän tarkka, ja tarkemmallakin viivoittimella voi tehdä virheitä.
- Viivoittimen ja statiivin pystysuoruus mittauksissa.
- Kuminauhan katkeaminen kun voima on riittävän suuri: Myös mittauksissa ehjänä pysynyt kuminauha katkeaisi jollain voimalla.

Pisteytyksestä:

- Vain yksi selostuksen virhe vastauksessa, ja ehdotetun korjauksen tulee koskea tätä virhettä.
- Osion merkittävin virhe oikein = 2 p.
- Merkittävimmän virheen korjaus oikein = 2 p.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!