

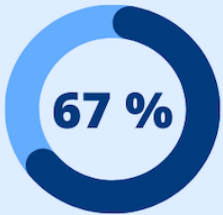
YO-MALLIVASTAUKSET

Fysiikka

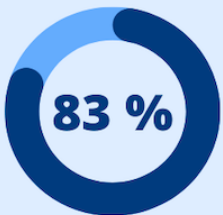
syksy 2023

Tiesitkö tämän?

Mafylaiset veivät



lääketieteen
pääsykoepaikoista
keväänä 2023.



Opiskelijoista 83 % kertoi
Mafynetin lisänneen
motivaatiota opiskeluun.



Mallivastausten tekijät

Mallivastaukset laatii Mafyn oppimateriaalitiimi, joka kehittää lukion oppimateriaaleja.

Mallivastausten tekemiseen osallistuivat Sakke Suomalainen, Linnea Tokola, Tuulia Tokola, Jaakko Alasuvanto ja Matti Virolainen.



Palveluitamme ovat

- Mafynetti-oppimissovellus
- lääketieteen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- kauppatieteen valmennuskurssit
- ylioppilaskirjoituksiin valmentavat kurssit

Käyttöehdot

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafy.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty.

Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukion kurseillasi. Nämä mallivastaukset ovat Mafy Oy:n omaisuutta.



<https://mafy.fi/yhteydenotto>

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	12
Ratkaisu tehtävään 3	16
Ratkaisu tehtävään 4	18
Ratkaisu tehtävään 5	25
Ratkaisu tehtävään 6	28
Ratkaisu tehtävään 7	30
Ratkaisu tehtävään 8	33
Ratkaisu tehtävään 9	40
Ratkaisu tehtävään 10	46
Ratkaisu tehtävään 11	56

Malliratkaisut päivitetty 14. syyskuuta 2023 klo. 15:32.

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa 1.1–1.10 parhaiten soveltuva vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Fissio ja fuusio ovat ydinreaktioita, joita voidaan hyödyntää energian tuotannossa. Mikä seuraavista väitteistä on oikein? (2 p.)

- ☐ Fuusiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä, ja fissiossa yhdistyy kaksi raskasta ydintä.
- ☐ Fuusiossa hajoaa yksi raskas ydin, ja fissiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä.
- ☐ Fuusiossa hajoaa yksi kevyt ydin, ja fissiossa hajoaa yksi raskas ydin.
- ☐ Fuusiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä, ja fissiossa hajoaa yksi raskas ydin.

1.2 Istahdat kuumassa saunassa puiselle lauteelle, josta pilkistää metallisen naulan kanta. Lauteeseen verrattuna naula tuntuu ihoasi vasten paljon polttavammalta, koska (2 p.)

- ☐ naulan lämpökapasiteetti on suurempi kuin lauteen.
- ☐ naulan lämmönjohtavuus on suurempi kuin lauteen.
- ☐ naula koskettaa lauteeseen verrattuna paljon pienempää pinta-alaa iholasi.
- ☐ naula on kuumempi kuin laude.

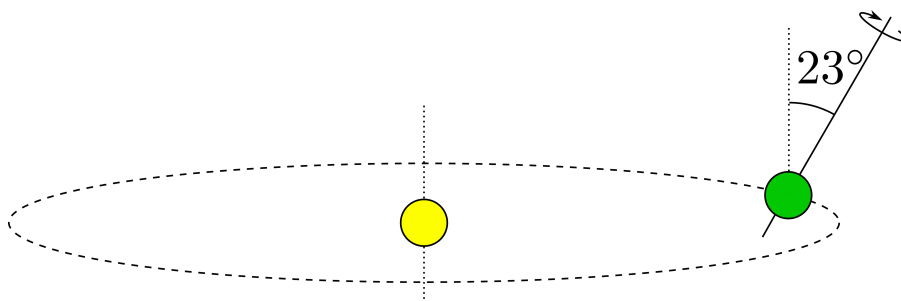
1.3 Auto vetää asuntovaunua ja etenee vaakasuoralla moottoritiellä tasaisella vauhdilla. Asuntovaunuun kohdistuvien voimien summa (2 p.)

- ☐ osoittaa alaspäin.
- ☐ on nolla.
- ☐ osoittaa ylöspäin.
- ☐ osoittaa eteenpäin.
- ☐ osoittaa taaksepäin.

- 1.4 Paksun metallilangan halkaisija on kaksinkertainen ohuen langan halkaisijaan verrattuna. Langat ovat yhtä pitkiä. Ohuen langan resistanssi on R . Paksun langan resistanssi on (2 p.)
- ☐ $\frac{1}{4}R$.
 - ☐ $4R$.
 - ☐ $2R$.
 - ☐ $\frac{1}{2}R$.
- 1.5 Matkustat veneellä Helsingistä suoraan Tallinnaan. Kuljet tasan puolet matkasta nopeudella v ja loppuosan nopeudella $2v$. (2 p.)
- ☐ Keskinopeutesi koko matkalla oli $3v$.
 - ☐ Keskinopeutesi koko matkalla oli $\frac{3}{2}v$.
 - ☐ Keskinopeutesi koko matkalla oli $\frac{4}{3}v$.
 - ☐ Keskinopeutta ei voi määrittää, koska matkan pituutta ei ole annettu tarkasti.
- 1.6 Akvaariossa kelluu muovinen leluvene, jossa on kivi. Kun kivi siirretään veneestä akvaarion pohjalle, vedenpinnan korkeus akvaariossa (2 p.)
- ☐ voi nousta tai laskea riippuen veneen koosta.
 - ☐ nousee.
 - ☐ laskee.
 - ☐ ei muutu.
- 1.7 Laatikko liukuu pöydällä, ja kitka pienentää sen vauhtia. Kitkavoiman tekemä työ (2 p.)
- ☐ voi annettujen tietojen perusteella olla joko positiivinen tai negatiivinen.
 - ☐ on nolla.
 - ☐ on negatiivinen.
 - ☐ on positiivinen.

1.8 Maapallon pyörimisakseli on kallistunut noin 23° ratatason normaaliin nähden (kuva). Jos kallistuskulma olisi 0° , (2 p.)

- ☐ ei maapallolla esiintyisi vuorovesi-ilmiötä.
- ☐ olisi vuorokauden pituus puolen vuoden mittainen.
- ☐ olisi ilmasto kaikkialla maapallolla samanlainen.
- ☐ ei maapallolla esiintyisi vuodenaikoja.



1.9 Kun paristokäyttöinen lamppu sytytetään, (2 p.)

- ☐ pariston sähköinen kokonaisvaraus ei muutu.
- ☐ paristossa olevien varauksenkuljettajien lukumäärä pienenee, koska lamppu säteilee energiaa.
- ☐ paristo alkaa tuottaa varauksenkuljettajia.
- ☐ paristosta varastoituu varauksenkuljettajia lamppuun.

1.10 Muoviputkeen on työnnetty pulloharja alhaalta (kuva). Pienen kitkavoiman takia harja pysyy putkessa. Kun putken yläpäähän lyödään lujaa kumisella nuijalla, putki liikkahtaa alaspäin. Lyönnin seurauksena harja (2 p.)

- ☐ ei voi liikkahtaa putken suhteen ollenkaan, koska nuija ei osu harjaan.
- ☐ liikkahtaa putken suhteen joko ylöspäin tai alaspäin.
- ☐ liikkahtaa putken suhteen ylöspäin.
- ☐ liikkahtaa putken suhteen alaspäin.



Ratkaisu.

1.1 Fissio ja fuusio ovat ydinreaktioita, joita voidaan hyödyntää energian tuotannossa. Mikä seuraavista väitteistä on oikein? (2 p.)

- ☐ Fuusiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä, ja fissiossa yhdistyy kaksi raskasta ydintä.
- ☐ Fuusiossa hajoaa yksi raskas ydin, ja fissiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä.
- ☐ Fuusiossa hajoaa yksi kevyt ydin, ja fissiossa hajoaa yksi raskas ydin.
- ☒ Fuusiossa yhdistyy kaksi kevyttä ydintä, ja fissiossa hajoaa yksi raskas ydin.

2 p. (yht. 2 p.)

1.2 Istahdat kuumassa saunassa puiselle lauteelle, josta pilkistää metallisen naulan kanta. Lauteeseen verrattuna naula tuntuu ihoasi vasten paljon polttavammalta, koska (2 p.)

- ☐ naulan lämpökapasiteetti on suurempi kuin lauteen.
- ☒ naulan lämmönjohtavuus on suurempi kuin lauteen.
- ☐ naula koskettaa lauteeseen verrattuna paljon pienempää pinta-alaa ihollesi.
- ☐ naula on kuumempi kuin laude.

2 p. (yht. 4 p.)

Metalleilla on yleensä suurempi lämmönjohtavuus kuin eristeillä. Lämmönjohtavuus kuvaa, miten hyvin jokin materiaali johtaa lämpöä. Mitä suurempi materiaalin lämmönjohtavuus on, sitä enemmän lämpöä siirtyy johtumalla aikayksikköä kohden. Naula siis siirtää enemmän lämpöä samassa ajassa ihollesi kuin puu, joten naula tuntuu polttavammalta.

1.3 Auto vetää asuntovaunua ja etenee vaakasuoralla moottoritiellä tasaisella vauhdilla. Asuntovaunuun kohdistuvien voimien summa (2 p.)

- ☐ osoittaa alaspäin.
- ☒ on nolla.
- ☐ osoittaa ylöspäin.
- ☐ osoittaa eteenpäin.
- ☐ osoittaa taaksepäin.

2 p. (yht. 6 p.)

Newtonin II lain mukaan tasaisessa liikkeessä olevaan kappaleeseen kohdistuvien voimien summa on nolla.

1.4 Paksun metallilangan halkaisija on kaksinkertainen ohuen langan halkaisijaan verrattuna. Langat ovat yhtä pitkiä. Ohuen langan resistanssi on R . Paksun langan resistanssi on (2 p.)

- ☒ $\frac{1}{4}R$. 2 p. (yht. 8 p.)
- ☐ $4R$.
- ☐ $2R$.
- ☐ $\frac{1}{2}R$.

Johdinlangan resistanssin kaava on

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$= \rho \frac{\ell}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \rho \frac{\ell}{\pi \frac{d^2}{4}},$$

missä A on poikkileikkaukseltaan ympyrän muotoisen langan poikkipinta-ala. Kun halkaisija kaksinkertaistuu, resistanssi on

$$R = \rho \frac{\ell}{\pi \left(\frac{2d}{2}\right)^2} = \rho \frac{\ell}{\pi d^2}$$

Uusi resistanssi on siis

$$\frac{R_{\text{uusi}}}{R} = \frac{\rho \frac{\ell}{\pi d^2}}{\rho \frac{\ell}{\pi \frac{d^2}{4}}}$$

$$\frac{R_{\text{uusi}}}{R} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

$$R_{\text{uusi}} = \frac{1}{4}R$$

Kun halkaisija kaksinkertaistuu, resistanssi pienenee neljäsosaan.

1.5 Matkustat veneellä Helsingistä suoraan Tallinnaan. Kuljet tasan puolet matkasta nopeudella v ja loppuosan nopeudella $2v$. (2 p.)

- ☐ Keskinopeutesi koko matkalla oli $3v$.
- ☐ Keskinopeutesi koko matkalla oli $\frac{3}{2}v$.
- ☒ Keskinopeutesi koko matkalla oli $\frac{4}{3}v$. 2 p. (yht. 10 p.)
- ☐ Keskinopeutta ei voi määrittää, koska matkan pituutta ei ole annettu tarkasti.

Olkoon puolet koko matkasta s . Tällöin koko matkan ensimmäiselle puolikkaalle on voimassa yhtälö

$$v = \frac{s}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{s}{v}$$

missä t_1 on ensimmäiseen puolikkaaseen kulunut aika. Vastaavasti loppupuoliskolle on voimassa yhtälö

$$2v = \frac{s}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{s}{2v}$$

missä t_2 on jälkimmäiseen puolikkaaseen kulunut aika. Keskinopeus lasketaan matka jaettuna ajalla. Nyt koko matka on $2s$ ja koko matkaan kuluva aika $t_1 + t_2$. Saadaan yhtälö

$$v_k = \frac{2s}{t_1 + t_2}$$

Sijoitetaan aikojen t_1 ja t_2 yhtälöt keskinopeuden yhtälöön.

$$v_k = \frac{2s}{\frac{s}{v} + \frac{s}{2v}}$$

$$v_k = \frac{2\cancel{s}}{\frac{2\cancel{s}}{v} + \frac{\cancel{s}}{2v}}$$

$$v_k = \frac{2}{\frac{2}{2v} + \frac{1}{2v}}$$

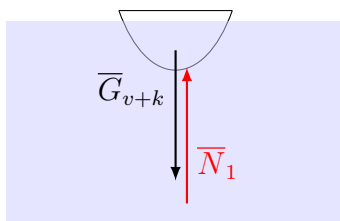
$$v_k = \frac{2}{\frac{3}{2v}} = \frac{4v}{3}$$

1.6 Akvaariossa kelluu muovinen leluvene, jossa on kivi. Kun kivi siirretään veneestä akvaarion pohjalle, vedenpinnan korkeus akvaariossa (2 p.)

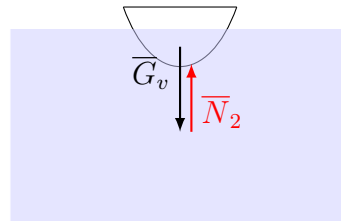
- ☐ voi nousta tai laskea riippuen veneen koosta.
- ☐ nousee.
- ☒ laskee. 2 p. (yht. 12 p.)
- ☐ ei muutu.

Vastauksen voi päätellä nopeasti siten, että alussa noste kannattelee sekä venettä että kiveä, ja lopussa kivi on pohjalla, eli pohja kannattelee kiveä, joten lopussa noste on pienempi. Syrjäytetyn veden tilavuus on sitä suurempi, mitä suurempi noste on, joten alkutilanteessa syrjäytetyn veden tilavuus on suurempi, ja näin ollen alkutilanteessa veden pinta on korkeammalla.

Yksityiskohtainen selitys: Muodostetaan veneen voimakuvio, kun kivi on vielä kyydissä, ja kun se on siirretty akvaarion pohjalle. Muodostetaan lauseke veneen syrjäyttämän veden tilavuudelle.



Kivi veneessä



Kivi altaan pohjalla

Kun vene on paikallaan kivi kyydissään, Newtonin II:n lain nojalla

$$\Sigma F = \bar{0}$$

$$N_1 = G_v + G_k$$

$$\rho_v V_{\text{syrtj.}} g = G_v + G_k$$

$$V_{\text{syrtj.}} = \frac{G_v + \rho_k V_k g}{\rho_v g}$$

$$V_{\text{syrtj.}} = \frac{G_v}{\rho_v g} + \frac{\rho_k V_k}{\rho_v}$$

Kun kivi on siirretty altaan pohjalle, veneeseen kohdistuvan nostekumooa enää pelkän veneen painovoiman.

$$N_2 = G_v$$

$$\rho_v V_v g = G_v$$

$$V_v = \frac{G_v}{\rho_v g}$$

Lisäksi kivi syrjäyttää oman tilavuutensa V_k verran vettä. Saadaan

$$V_{\text{syrtj.2}} = \frac{G_v}{\rho_v g} + V_k$$

Kivi uppoaa ja pysyy pohjassa, joten kiven tiheys ρ_k on suurempi kuin veden tiheys ρ_v . Täten lausekkeista nähdään, että syrjäytetty vesimäärä on suurempi ensimmäisessä tilanteessa, koska termi $\frac{\rho_k}{\rho_v}$ on suurempi kuin 1. Koska syrjäytetty vesimäärä on suurempi kohdassa 1, veden pinta on korkeammalla ennen kiven upottamista.

1.7 Laatikko liukuu pöydällä, ja kitka pienentää sen vauhtia. Kitkavoiman tekemä työ (2 p.)

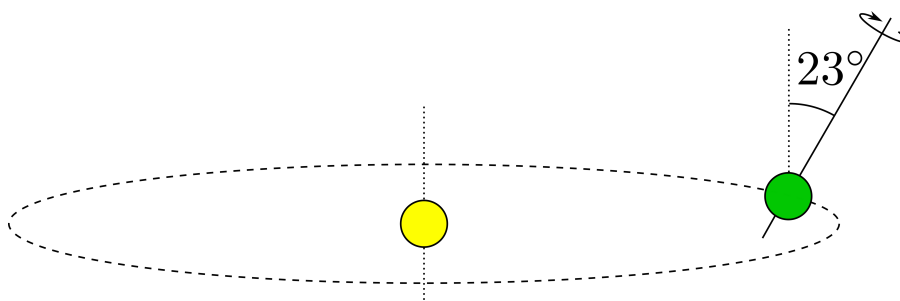
- ☐ voi annettujen tietojen perusteella olla joko positiivinen tai negatiivinen.
- ☐ on nolla.
- ☒ on negatiivinen. 2 p. (yht. 14 p.)
- ☐ on positiivinen.

Työn kaava on $W = F \Delta x$, missä Δx on kappaleen siirtymä. Työ on positiivinen, jos voima ja siirtymä ovat samaan suuntaan ja negatiivinen, jos voima on siirtymälle vastakkaisuuntainen. Tässä kappaleen siirtymä on kitkavoimalle vastakkaiseen suuntaan, joten kitkan tekemä työ on negatiivinen.

1.8 Maapallon pyörimisakseli on kallistunut noin 23° ratatason normaaliin nähden (kuva). Jos kallistuskulma olisi 0° , (2 p.)

- ☐ ei maapallolla esiintyisi vuorovesi-ilmiötä.

- ☐ olisi vuorokauden pituus puolen vuoden mittainen.
- ☐ olisi ilmasto kaikkialla maapallolla samanlainen.
- ☒ ei maapallolla esiintyisi vuodenaikoja. 2 p. (yht. 16 p.)



Maapallon kallistuminen aiheuttaa sen, että yllä olevan kuvan mukaisessa asennossa auringon säteilyä osuu enemmän eteläiselle pallonpuoliskolle. Vastakkaisella puolella rataa maapallo pohjoinen pallonpuolisko onkin kallellaan kohti auringkoa. Tämän vuoksi maapallon napojen läheisyydessä havaitaan vuodenaajat.

1.9 Kun paristokäyttöinen lamppu sytytetään, (2 p.)

- ☒ pariston sähköinen kokonaisvaraus ei muutu. 2 p. (yht. 18 p.)
- ☐ paristossa olevien varauksenkuljettajien lukumäärä pienenee, koska lamppu säteilee energiaa.
- ☐ paristo alkaa tuottaa varauksenkuljettajia.
- ☐ paristosta varastoituu varauksenkuljettajia lamppuun.

Varauksen säilymisen nojalla varaus ei voi kadota virtapiirissä mihinkään tai tulla mistään lisää. Siksi kokonaisvaraus säilyy.

1.10 Muoviputkeen on työnnetty pulloharja alhaalta (kuva). Pienen kitkavoiman takia harja pysyy putkessa. Kun putken yläpäähän lyödään lujaa kumisella nuijalla, putki liikahtaa alaspäin. Lyönnin seurauksena harja (2 p.)

- ☐ ei voi liikahtaa putken suhteen ollenkaan, koska nuija ei osu harjaan.
- ☐ liikahtaa putken suhteen joko ylöspäin tai alaspäin.
- ☒ liikahtaa putken suhteen ylöspäin. 2 p. (yht. 20 p.)
- ☐ liikahtaa putken suhteen alaspäin.



Kun nuijalla lyödään putken yläpäättä, putki saa suurehkon kiihtyvyyden alaspäin. Tehtävän mukaan harjan ja putken välillä on pieni kitkavoima. Tästä voidaan päätellä, että harjan ja putken välinen kitkavoima ei riitä antamaan harjalle samaa kiihtyvyyttä kuin minkä putki saa, vaan sen sijaan putken saaman suurehkon kiihtyvyyden takia putki liikkuu alaspäin nopeammin kuin harja, jolloin harja siis liikahtaa putken suhteen ylöspäin. Huomaa, että harja ei liiku esimerkiksi maanpinnan suhteen ylöspäin, vaan sekä harja että putki lähtevät alaspäin, mutta putki liikkuu alaspäin nopeammin kuin harja, joten sanotaan, että harja liikkuu ylöspäin putken suhteen.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

2. Pirttikoski (15 p.)

Aineisto:

2. A [Mittausaineisto: Veden virtaama koskessa](#)

Aineistossa [2.A](#) on veden virtaaman vuorokausikeskiarvo (yksikkönä m^3/s) Rovaniemen Pirttikosken voimalaitoksessa 1.2.–31.7.2022.

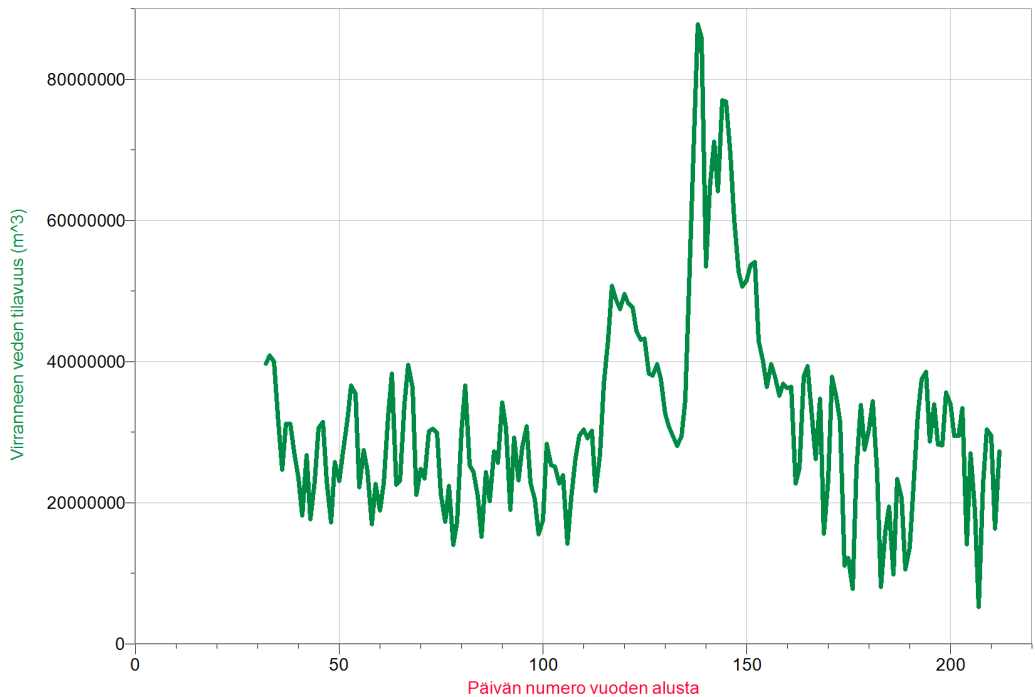
- 2.1 Esitä vuorokaudessa virranneen veden tilavuus vuoden alusta lasketun päivän numeron funktiona. (5 p.)
- 2.2 Minkä kuukauden aikana vettä virtasi eniten, ja mikä oli sinä kuukautena virranneen veden kokonaistilavuus? (5 p.)
- 2.3 Pirttikosken voimalaitoksessa vesi putoaa 26 metriä. Kuinka paljon energiaa voimalaitos olisi enintään voinut tuottaa 13.3.2022, jos koko voimalaitoksen läpi virtaavan veden potentiaalienergia olisi voitu hyödyntää? (5 p.)

Ratkaisu.

- 2.1 Aineiston datassa on annettu vuorokauden keskivirtaama yksikössä kuutiometriä sekunnissa. Vuorokausi on

$$1 \text{ d} = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 86400 \text{ s}.$$

Lasketaan kunkin vuorokauden aikana virranneen veden tilavuus kertomalla vuorokauden virtaama tällä luvulla. 1 p. (yht. 1 p.) Tehdään vuorokauden aikana virranneen veden tilavuuksista uusi sarake ja piirretään se vuoden alusta lasketun päivän numeron funktiona.



4 p. (yht. 5 p.)

Pisteytyksestä:

- Suure tai yksikkö puuttuu akselilta = -1 p / puute,
- Väärä suure toisella tai molemmilla akseleilla = 0 p kuvaajasta,
- Otsikko puuttuu = -0 p,
- Pystyakseli leikkaa vaak-akselin muualla kuin päivän numeron 0 kohdalla, esimerkiksi päivän numeron 30 kohdalla = -0 p.

2.2 Lasketaan taulukkolaskennan avulla kunkin kuukauden vuorokausikohtaiset vir-

ranneen veden tilavuudet yhteen. Saadaan

$$\text{Helmikuu } 772692480 \text{ m}^3$$

$$\text{Maaliskuu } 804322656 \text{ m}^3$$

$$\text{Huhtikuu } 867906144 \text{ m}^3$$

$$\text{Toukokuu } 1606818816 \text{ m}^3$$

$$\text{Kesäkuu } 939117888 \text{ m}^3$$

$$\text{Heinäkuu } 749441376 \text{ m}^3$$

3 p. (yht. 8 p.)

Tuloksista nähdään, että eniten vettä virtasi toukokuun aikana, 1 p. (yht. 9 p.) ja virranneen veden kokonaistilavuus oli silloin

$$1606818816 \text{ m}^3 \approx 1,6 \cdot 10^9 \text{ m}^3. \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)}$$

Vastaus: Eniten vettä virtasi toukokuun aikana, ja virranneen veden kokonaistilavuus oli silloin $1,6 \cdot 10^9 \text{ m}^3$.

2.3

$$h = 26 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kohdassa 3.1 lasketuista vuorokausittaisista virranneista tilavuuksista saadaan luettua, että 13.3.2022 vettä virtasi yhteensä tilavuus

$$V = 30087072 \text{ m}^3 \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)}$$

Oletetaan, että koko virtaavan veden potentiaalienergia olisi voitu hyödyntää.

Tällöin voimalaitos olisi voinut enintään tuottaa

$$\begin{aligned}E_p &= mgh \quad \text{1 p. (yht. 12 p.)} \\&= \rho Vgh \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)} \\&= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 30087072 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 26 \text{ m} \\&= 7,674008 \dots \cdot 10^{12} \text{ J} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)} \\&\approx 7,7 \cdot 10^{12} \text{ J} \quad \text{1 p. (yht. 15 p.)}\end{aligned}$$

Vastaus: Voimalaitos olisi 13.3.2022 voinut tuottaa energiaa enintään $7,7 \cdot 10^{12}$ J.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

3. Olomuodon muutos (15 p.)

Pakastimesta otetaan jääpala, jonka massa on 0,050 kg ja jonka lämpötila on $-18,0^{\circ}\text{C}$. Jääpala pudotetaan lämpöeristettyyn muoviasiaan, jossa on 0,40 kg vettä lämpötilassa $+1,0^{\circ}\text{C}$. Vedessä on lämpömittari. Odotetaan, kunnes mittarin lukema ei enää muutu. Sillä hetkellä astiassa on jääpala ja nestemäistä vettä. Mikä on lämpötila lopussa? Määritä jääpalan massan muutos.

Ratkaisu.

$$m_j = 0,050 \text{ kg}$$

$$T_{1j} = -18,0^{\circ}\text{C}$$

$$c_j = 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} = 2090 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

$$m_v = 0,40 \text{ kg}$$

$$T_{1v} = 1,0^{\circ}\text{C}$$

$$c_v = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

$$s = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 333000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Tehtävän mukaan lopputilanteessa lämpötila ei enää muutu, joten systeemi on termodynaamisessa tasapainossa. 1 p. (yht. 1 p.) Koska termodynaamisessa tasapainossa on samanaikaisesti jätää ja sulaa vettä, systeemin täytyy olla veden sulamispisteessä, 1 p. (yht. 2 p.) eli lämpötilassa $T_2 = 0^{\circ}\text{C}$. 1 p. (yht. 3 p.)

Lasketaan, kuinka paljon lämpöä vesi luovuttaa, kun se jäähtyy loppulämpötilaan.

$$\begin{aligned} Q_v &= c_v m_v \Delta T_v \\ &= c_v m_v (T_{v1} - T_2) \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} \\ &= 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} \cdot 0,40 \text{ kg} \cdot (1^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) \\ &= 1676 \text{ J} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)} \end{aligned}$$

Lasketaan sitten, kuinka paljon lämpöä jää vastaanottaa sen lämmitessä loppulämpötilaan.

$$\begin{aligned}
 Q_j &= c_j m_j \Delta T_j \\
 &= c_j m_j (T_2 - T_{1j}) \quad (1 \text{ p. (yht. 6 p.)}) \\
 &= 2090 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 0,050 \text{ kg} \cdot (0^\circ\text{C} - (-18^\circ\text{C})) \\
 &= 1881 \text{ J} \quad (1 \text{ p. (yht. 7 p.)})
 \end{aligned}$$

Jää vastaanottaa enemmän lämpöä lämmitessään loppulämpötilaan kuin vesi luovuttaa jäähtyessään loppulämpötilaan, joten osan vedestä täytyy jäätyä ja luovuttaa jäätyessään lämpenevälle jälle lämpöä. $(2 \text{ p. (yht. 9 p.)})$ Merkitään jäätyvän veden massaa m :llä. Jäätymisessä luovutettu lämpömäärä on

$$\begin{aligned}
 Q_s &= Q_j - Q_v \quad (2 \text{ p. (yht. 11 p.)}) \\
 sm &= Q_j - Q_v \quad (1 \text{ p. (yht. 12 p.)}) \\
 m &= \frac{Q_j - Q_v}{s} \quad (1 \text{ p. (yht. 13 p.)}) \\
 &= \frac{1881 \text{ J} - 1676 \text{ J}}{333000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \\
 &= 0,000615615 \dots \text{ kg} \quad (1 \text{ p. (yht. 14 p.)}) \\
 &\approx 0,62 \text{ g}
 \end{aligned}$$

Vastaus: Jääpalan massan muutos (massa kasvaa) on 0,62 g. $(1 \text{ p. (yht. 15 p.)})$

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

4. Monivalintatehtäviä virtapiireistä (15 p.)

Aineisto:

4. A [Kuva: Kolme virtapiiriä](#)

Kuvassa [4.A](#) on kolme virtapiiriä. Kaikki jännitelähteet, vastukset ja johtimet ovat ideaalisia ja keskenään identtisiä. Valitse jokaisessa osatehtävässä tilannetta parhaiten kuvaava vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p. tai 3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluakaan jättää tehtävää arvosettavaksi, valitse jokaisessa osatehtävässä vaihtoehto "En vastaa".

4.1 Virtapiirin 1 johtimiin on merkitty neljä pistettä A–D. Tarkastellaan potentiaalia pisteissä A, B, C ja D. Tällöin (2 p.)

- ☐ $V_A > V_B > V_C > V_D$
- ☐ $V_A = V_B > V_C = V_D$
- ☐ $V_A < V_B < V_C < V_D$
- ☐ $V_A = V_D > V_B = V_C$
- ☐ En vastaa.

4.2 Tarkastellaan piirin 1 sähkövirtaa pisteissä A–D. Tällöin (2 p.)

- ☐ I_D on suurin.
- ☐ $I_A = I_B > I_C = I_D$
- ☐ $I_A = I_B = I_C = I_D$
- ☐ I_A on suurin.
- ☐ En vastaa.

4.3 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 1 pisteessä C ja piirin 2 pisteessä G. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $I_G = 4I_C$
- ☐ $I_G = I_C$
- ☐ $I_G = \frac{1}{2}I_C$
- ☐ $I_G = \frac{1}{4}I_C$
- ☐ $I_G = 2I_C$
- ☐ En vastaa.

4.4 Vertaa potentiaalia piirin 1 pisteessä C piirin 2 pisteeseen G. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $V_G > V_C$
- ☐ $V_G < V_C$
- ☐ $V_G = V_C = 0$
- ☐ $V_G = V_C \neq 0$
- ☐ En vastaa.

4.5 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 1 pisteessä C ja piirin 3 pisteessä M. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $I_M = \frac{1}{2}I_C$
- ☐ $I_M = 2I_C$
- ☐ $I_M = \frac{1}{4}I_C$
- ☐ $I_M = I_C$
- ☐ $I_M = 4I_C$
- ☐ En vastaa.

4.6 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 2 pisteessä E ja piirin 3 pisteessä K. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $I_E = \frac{1}{4}I_K$
- ☐ $I_E = \frac{1}{2}I_K$
- ☐ $I_E = I_K$
- ☐ $I_E = 2I_K$
- ☐ $I_E = 4I_K$
- ☐ En vastaa.

4.7 Miten piireissä 1, 2 ja 3 kulutetut sähkötehot vertautuvat toisiinsa? (3 p.)

- ☐ $P_3 = P_2 > P_1$
- ☐ $P_2 > P_3 > P_1$
- ☐ $P_3 > P_1 > P_2$
- ☐ $P_3 > P_2 > P_1$
- ☐ $P_1 = P_2 = P_3$
- ☐ En vastaa.

Ratkaisu.

4.1 Virtapiirin 1 johtimiin on merkitty neljä pistettä A–D. Tarkastellaan potentiaalia pisteissä A, B, C ja D. Tällöin (2 p.)

- ☐ $V_A > V_B > V_C > V_D$
- ☒ $V_A = V_B > V_C = V_D$ 2 p. (yht. 2 p.)
- ☐ $V_A < V_B < V_C < V_D$
- ☐ $V_A = V_D > V_B = V_C$
- ☐ En vastaa.

Yleisesti potentiaalin nollakohta sovitaan maadoituskohtaan. Tällöin pisteen D potentiaali on nolla. Pisteiden D ja C välillä on pelkkä ideaalinen johdin, jossa ei tapahdu jännitehäviötä, joten niiden potentiaalit ovat samat. Vastaavasti pisteiden A ja B potentiaalit ovat keskenään yhtä suuret. Potentiaali pisteissä A ja B on suurempi kuin pisteissä C ja D, koska A ja B ovat jännitelähteen plusnavan puolella.

4.2 Tarkastellaan piirin 1 sähkövirtaa pisteissä A–D. Tällöin (2 p.)

- ☐ I_D on suurin.
- ☐ $I_A = I_B > I_C = I_D$
- ☒ $I_A = I_B = I_C = I_D$ 2 p. (yht. 4 p.)
- ☐ I_A on suurin.
- ☐ En vastaa.

Piirissä 1 on vain yksi johdinsilmukka, joten virta ei pääse haarautumaan silmukan matkalla. Varauksen säilymisen vuoksi jokaisessa piirin kohdassa kulkee yhtä suuri virta.

4.3 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 1 pisteessä C ja piirin 2 pisteessä G. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $I_G = 4I_C$
- ☐ $I_G = I_C$
- ☒ $I_G = \frac{1}{2}I_C$ 2 p. (yht. 6 p.)
- ☐ $I_G = \frac{1}{4}I_C$
- ☐ $I_G = 2I_C$
- ☐ En vastaa.

Muodostetaan Kirchhoffin II lain nojalla yhtälö kumpaankin virtapiiriin ja ratkaistaan yhtälöistä virta. Piirissä 1 virta saadaan yhtälöstä

$$U - RI_C = 0$$
$$I_C = \frac{U}{R}.$$

Piirissä 2 virta voidaan ratkaista lausekkeesta

$$U - RI_G - RI_G = 0$$
$$I_G = \frac{U}{2R} = \frac{1}{2} \frac{U}{R}.$$

Lausekkeiden perusteella päätellään, että $I_G = \frac{1}{2}I_C$.

4.4 Vertaa potentiaalia piirin 1 pisteessä C piirin 2 pisteeseen G. Tulos on, että (2 p.)

- ☒ $V_G > V_C$ 2 p. (yht. 8 p.)
- ☐ $V_G < V_C$
- ☐ $V_G = V_C = 0$
- ☐ $V_G = V_C \neq 0$
- ☐ En vastaa.

Piirissä 1 piste C on nollapotentialissa, koska maadoituskohdan ja C:n välillä on vain ideaalinen johdin. Piirissä 2 pisteestä G pitää vielä kulkea yhden vastuksen läpi, jotta päästään nollapotentialiin. Vastus aiheuttaa jännitehäviön, kun kuljetaan virran suuntaan, joten pisteen G täytyy olla vielä nolaa korkeammassa potentiaalissa.

4.5 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 1 pisteessä C ja piirin 3 pisteessä M. Tulos on, että (2 p.)

- ☐ $I_M = \frac{1}{2}I_C$
- ☐ $I_M = 2I_C$
- ☐ $I_M = \frac{1}{4}I_C$
- ☒ $I_M = I_C$ 2 p. (yht. 10 p.)
- ☐ $I_M = 4I_C$
- ☐ En vastaa.

Piirissä 3 on kaksi vastusta rinnan. Kirchhoffin II lakia voidaan kuitenkin soveltaa mihin tahansa suljettuun silmukkaan, joten muodostetaan Kirchhoffin II lain mukainen yhtälö pisteen M kautta kulkevaan silmukkaan. Saadaan

$$U - RI_M = 0$$

$$I_M = \frac{U}{R}.$$

Aiemmassa kohdassa saatiin virraksi $I_C = \frac{U}{R}$, joten $I_M = I_C$.

4.6 Vertaa sähkövirtojen suuruuksia piirin 2 pisteessä E ja piirin 3 pisteessä K. Tulos on, että (2 p.)

- ☒ $I_E = \frac{1}{4} I_K$ 2 p. (yht. 12 p.)
- ☐ $I_E = \frac{1}{2} I_K$
- ☐ $I_E = I_K$
- ☐ $I_E = 2 I_K$
- ☐ $I_E = 4 I_K$
- ☐ En vastaa.

Piirissä 3 on kaksi vastusta rinnan. Piirin kokonaisresistanssi voidaan ratkaista yhtälöstä

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{\text{kok}}} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \\ \frac{1}{R_{\text{kok}}} &= \frac{2}{R} \\ R_{\text{kok}} &= \frac{R}{2}\end{aligned}$$

Pisteessä K virta ei ole vielä haarautunut. Siten pisteessä K kulkee piirin 3 kokonaisvirta, joka voidaan ratkaista yhtälöstä

$$\begin{aligned}U &= R_{\text{kok}} I_K \\ U &= \frac{R}{2} I_K \\ I_K &= \frac{2U}{R}\end{aligned}$$

Aiemmassa kohdassa muodostettiin yhtälö piirin 2 pisteessä G kulkevalle virralle. Koska piirissä 2 on vain yksi johdinsilmukka, varauksen säilymisen nojalla virta on piirin jokaisessa kohdassa sama. Siis $I_G = I_E = \frac{U}{2R}$. Virtojen I_E ja I_K suhde

on

$$\frac{I_E}{I_K} = \frac{\frac{U}{2R}}{\frac{2U}{R}} \parallel \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{I_E}{I_K} = \frac{U}{2R} \cdot \frac{R}{2U}$$

$$\frac{I_E}{I_K} = \frac{\cancel{U} \cancel{R}}{2\cancel{R} \cdot 2\cancel{U}}$$

$$\frac{I_E}{I_K} = \frac{1}{4}$$

$$I_E = \frac{1}{4} I_K.$$

4.7 Miten piireissä 1, 2 ja 3 kulutetut sähkötehot vertautuvat toisiinsa? (3 p.)

☐ $P_3 = P_2 > P_1$

☐ $P_2 > P_3 > P_1$

☒ $P_3 > P_1 > P_2$ 3 p. (yht. 15 p.)

☐ $P_3 > P_2 > P_1$

☐ $P_1 = P_2 = P_3$

☐ En vastaa.

Kunkin piirin teho voidaan laskea kaavalla

$$P = UI$$

missä I on piirin kokonaisvirta. Edellisten kohtien perusteella virrat ovat $I_1 = I$, $I_2 = \frac{I}{2}$ ja $I_3 = 2I$. Tehojen lausekkeiksi kullekin piirille saadaan

$$P_1 = UI$$

$$P_2 = U \frac{I}{2} = \frac{1}{2} UI$$

$$P_3 = U \cdot 2I = 2UI$$

Lausekkeista nähdään, että $P_3 > P_1 > P_2$.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

5. Automatka (15 p.)

Autolla ajetaan tasaisella nopeudella Helsingistä Hyvinkäälle ja sitten Hyvinkäältä takaisin Helsinkiin. Helsingin ja Hyvinkään välinen etäisyys tietä pitkin on 58 km. Helsingissä lähtöpaikan korkeus merenpinnasta on 17 m ja Hyvinkäällä kohteen korkeus merenpinnasta 105 m. Auton massa on 1 600 kg, ja sen bensiinimoottorin hyötysuhde on 24 %. Voit olettaa, että vastusvoimat ovat keskimäärin yhtä suuret meno- ja paluumatkalla. Bensiinin lämpöarvo on 31,2 MJ/l.

5.1 Kuinka monta litraa enemmän bensiiniä kuluu menomatkalla kuin paluumatkalla? (9 p.)

5.2 Jos menomatka ajetaan suuremmalla nopeudella kuin paluumatka, miten tämä vaikuttaa bensiininkulutuksen eroon meno- ja paluumatkan välillä? (6 p.)

Ratkaisu.

5.1

$$x = 58 \text{ km}$$

$$h_{\text{He}} = 17 \text{ m}$$

$$h_{\text{Hy}} = 105 \text{ m}$$

$$\Delta h = 105 \text{ m} - 17 \text{ m} = 88 \text{ m}$$

$$m = 1600 \text{ kg}$$

$$\eta = 0,24$$

$$H = 31,2 \text{ MJ}/\ell$$

Jos reitti olisi tasainen, sekä meno- että paluumatkalla polttoainetta kuluisi vain autoon kohdistuvien vastusvoimien voittamiseen.

Menomatkalla vastusvoimien voittamisen lisäksi pitää tehdä työtä potentiaalienergian kasvattamiseksi. Paluumatkalla puolestaan painovoima tekee osan työstä, joten paluumatkalla kokonaistyö on pienempi kuin mitä tasaisella reitillä vastusvoimia vastaan tehtäisiin.

Kokonaistyö menomatkalla on

$$W_{\text{menomatka}} = W_{\text{vastus}} + mg\Delta h$$

1 p. (yht. 1 p.)

Kokonaistyö paluumatkalla on

$$W_{\text{paluumatka}} = W_{\text{vastus}} - mg\Delta h \quad (1 \text{ p. (yht. 2 p.)})$$

Tehtyjen töiden erotus on

$$\Delta W = W_{\text{menomatka}} - W_{\text{paluumatka}}$$

$$\Delta W = W_{\text{vastus}} + mg\Delta h - (W_{\text{vastus}} - mg\Delta h)$$

$$\Delta W = 2mg\Delta h \quad (2 \text{ p. (yht. 4 p.)})$$

$$\Delta W = 2 \cdot 1600 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 88 \text{ m}$$

$$\Delta W = 2762496 \text{ J}$$

Polttoainetta kulutus saadaan lausekkeesta

$$\Delta W = \eta H \Delta V \quad (2 \text{ p. (yht. 6 p.)})$$

$$\Delta V = \frac{\Delta W}{\eta H} \quad \parallel \quad \Delta W = 2mg\Delta h$$

$$\Delta V = \frac{2mg\Delta h}{\eta H} \quad (2 \text{ p. (yht. 8 p.)})$$

$$\Delta V = \frac{2762496 \text{ J}}{0,24 \cdot 31,2 \cdot 10^6 \text{ J/}\ell}$$

$$\Delta V = 0,3689 \dots \ell \approx 0,37 \ell \quad (1 \text{ p. (yht. 9 p.)})$$

Vastaus: Menomatkalla kuluu 0,37 litraa enemmän polttoainetta kuin paluumatkalla.

- 5.2 Vastusvoimat kasvavat, kun nopeus kasvaa, eli mitä suuremmalla nopeudella ajetaan, sitä suuremmat vastusvoimat täytyy voittaa. 2 p. (yht. 11 p.) Menomatkalla kulutus oli jo paluumatkan kulutusta suurempi, vaikka nopeudet olivat samat. 2 p. (yht. 13 p.)

Aiemman kohdan yhtälö saadaan muotoon

$$\Delta W = W_{\text{meno}} + mg\Delta h - (W_{\text{paluu}} - mg\Delta h),$$

missä $W_{\text{meno}} > W_{\text{paluu}}$. Jos siis nopeutta menomatkalla kasvatetaan, kulutusero kasvaa entistä suuremmaksi. 2 p. (yht. 15 p.)

Pisteytyksestä:

- Todettu, että nopeuden kasvattaminen kasvattaa vastusvoimia 2 p.
- Vaikutus kulutukseen perusteltu joko sanallisesti tai yhtälöllä 2 p.
- Päätelmä, että kulutusero kasvaa entisestään 2 p.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

6. Äänet Marsissa (15 p.)

Vuonna 2022 NASAn Perseverance-mönkijä onnistui tallentamaan ääniaaltoja Marsin pinnalla. Äänen nopeudeksi Marsissa mitattiin noin 240 m/s alle 400 hertsin taajuuksilla ja noin 250 m/s korkeammilla taajuuksilla. Samanlaisen äänilähteen tuottamat äänet havaittiin Marsissa noin 20 desibeliä heikompina kuin Maassa. Marsin pinnalla kaasukehän tiheys on $0,02 \text{ kg/m}^3$, kun taas Maan ilmakehän tiheys merenpinnan tasolla on noin $1,2 \text{ kg/m}^3$.

- 6.1 Miksi ääniaaltojen esiintyminen Marsin kaasukehässä oli merkittävä löydös, joka kohahdutti tiedemaailmaa? (3 p.)
- 6.2 Miten äänen nopeuden ja taajuuden keskinäinen riippuvuus Marsissa eroaa niiden riippuvuudesta Maan pinnalla? (3 p.)
- 6.3 Havainnollistetaan Marsissa havaittua 20 dB:n eroa Maan pinnalla tehtävällä kokeella. Kuinka paljon äänen intensiteettiä Maassa on kasvatettava suhteessa alkuperäiseen intensiteettiin, jos intensiteettitasoa halutaan kasvattaa 20 dB ? (5 p.)
- 6.4 Pohdi annettujen tietojen perusteella, millainen olisi puheen tai musiikin kuuntelukokemus Marsissa verrattuna Maahan olettaen, että äänien kuuntelu Marsissa olisi mahdollista ilman suojausjärjestelyjä. (4 p.)

Ratkaisu.

- 6.1 Ääni tarvitsee edetäkseen väliaineen 1 p. (yht. 1 p.). Marsilla on vain hyvin ohut kaasukehä 1 p. (yht. 2 p.), ja aiemmin luultiin, että sen kaasukehän paine ja kaasun tiheys eivät riitä ääniaaltojen kuljettamiseen. 1 p. (yht. 3 p.) Tiedemaailmalle äänten havaitseminen tuo tärkeää lisätietoa, sillä tutkimalla ääniä, voidaan saada tietoja mm. Marsin ilmanpaineen muutoksista lyhyellä aikavälillä.
- 6.2 Maan pinnalla äänen nopeus on likimain sama taajuudesta riippumatta 1 p. (yht. 4 p.), kun taas Marsissa nopeus on pienempi matalammille äänille kuin korkeammille äänille. 2 p. (yht. 6 p.) Äänen nopeus riippuu väliaineesta; kaasumaisessa väliaineessa kaasun paineesta, tiheydestä ja adiabaattivakiosta. Marsissa korkeat äänet kulkevat nopeammin kuin matalat äänet, mikä johtuu Marsin kaasukehän hiilidioksidin ominaisuuksista matalassa paineessa ja lämpötilassa.

6.3 Olkoon alkuperäinen intensiteetti I_1 ja intensiteettitaso L_1 . Uusi intensiteetti on vastaavasti I_2 ja uusi intensiteettitaso L_2 .

Tehtävänannon perusteella

$$L_2 - L_1 = 20 \text{ dB} \quad (1 \text{ p. (yht. 7 p.)})$$

Käytetään intensiteettitaso kaavaa. Saadaan

$$L_2 - L_1 = 20 \text{ dB}$$

$$10 \lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \text{ dB} - 10 \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \text{ dB} = 20 \text{ dB} \quad (1 \text{ p. (yht. 8 p.)}) \quad || : 10 \text{ dB}$$

$$\lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 2 \quad || \lg(x) - \lg(y) = \lg\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\lg\left(\frac{\frac{I_2}{I_0}}{\frac{I_1}{I_0}}\right) = 2 \quad (1 \text{ p. (yht. 9 p.)})$$

$$\lg\left(\frac{\frac{I_2}{\cancel{I_0}}}{\frac{I_1}{\cancel{I_0}}}\right) = 2$$

$$\lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^2 = 100 \quad (1 \text{ p. (yht. 10 p.)})$$

$$I_2 = 100I_1 \quad (1 \text{ p. (yht. 11 p.)})$$

Vastaus: Intensiteetti pitää 100-kertaistaa, jotta intensiteettitaso nousee 20 desibeliä.

6.4 Korkeat äänet kulkevat Marsissa nopeammin, joten esimerkiksi kauempaa tulevat korkeat äänet saavuttavat kuulijan nopeammin kuin matalat. (1 p. (yht. 12 p.)) Si-
ten musiikki kuulostaisi epärytmikkäältä ja puhujan puhe epäselvältä. (1 p. (yht. 13 p.))
Marsissa äänen intensiteettitaso on 20 dB, joten kaikki äänet kuuluvat myös hil-
jaisempina kuin Maassa. (2 p. (yht. 15 p.))

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

7. Deuterium-plasma (15 p.)

Aineisto:

7. A [Kuva: Positiivisesti varatun hiukkasen rata homogeenisessa sähkö- ja magneettikentässä](#)

Korkeassa lämpötilassa materiaali on neljännessä olomuodossa eli plasmassa, jota voi kuvata ionisoituneeksi kaasuksi. Plasmamuodossa atomien ytimet ja elektronit liikkuvat vapaana toisistaan. Plasmaa voidaan ohjata sähkö- ja magneettikentillä.

Deuterium on raskas vety, jonka ytimessä on protoni ja neutroni. Näin ollen deuteriumplasma koostuu elektroneista sekä deuteriumytimistä eli deuteroneista.

- 7.1 Plasmaa sisältävässä laitteessa on aluksi homogeeninen magneettikenttä mutta ei sähkökenttää. Deuteronin ja elektronin alkunopeus on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa. Miten deuteroni ja elektroni liikkuvat magneettikentässä? Millä kahdella tavalla niiden liikkeet eroavat toisistaan? (6 p.)
- 7.2 Plasmaa sisältävään laitteeseen, jossa on homogeeninen magneettikenttä, kytketään homogeeninen sähkökenttä, joka on samansuuntainen magneettikentän kanssa. Deuteronin alkunopeus on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa. Selitä, miksi sähkökentän kytkemisen jälkeen deuteroni liikkuu kuvan [7.A](#) mukaista ruuviviivan muotoista rataa. (5 p.)
- 7.3 Fuusioreaktorissa polttoaine on plasmassa. Miksi juuri sähkö- ja magneettikenttiä käytetään fuusioreaktorissa plasman ohjaamiseen? Miksi plasma pyritään pitämään tiheänä? (4 p.)

Ratkaisu.

- 7.1 Tehtävän mukaan hiukkasten alkunopeus on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa. Toisaalta magneettisesta voimasta tiedetään, että se on aina kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Näin ollen magneettinen voima aiheuttaa siis hiukkasille kiihtyvyyden, joka on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa tasossa. Alkunopeus ja kiihtyvyys ovat magneettikenttää vastaan kohtisuorassa tasossa, joten hiukkasten liikekin tapahtuu magneettikenttää vastaan kohtisuorassa tasossa.

Varattuun hiukkaseen vaikuttava magneettinen voima on myös aina kohtisuorassa hiukkasten nopeutta vastaan. Täten magneettinen voima aiheuttaa hiukkasille keskeiskiihtyvyyden, minkä vaikutuksesta hiukkaset ovat ympyräradalla eikä niiden vauhti muutu.

Deuteroni ja elektroni siis kulkevat magneettikentässä ympyräratoja pitkin tasaisella nopeudella. (2 p. (yht. 2 p.))

Magneettisen voiman suunta riippuu varatun hiukkasen varauksen etumerkistä siten, että positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuva voima on vastakkaisuuntainen negatiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman kanssa. Deuteronin varaus on positiivinen ja elektronin varaus on negatiivinen, joten deuteroni ja elektroni kiertävät ympyräratojaan vastakkaisiin suuntiin. (2 p. (yht. 4 p.))

Magneettisen voiman aiheuttama keskeiskiihtyvyys on sitä pienempi, mitä suurempi hiukkasen massa on, ja vastaavasti hiukkasen radan säde on sitä suurempi, mitä pienempi keskeiskiihtyvyys on. Deuteronin massa on paljon suurempi kuin elektronin massa (noin 3700-kertainen), joten deuteronin radan säde on siis paljon suurempi kuin elektronin radan säde. (2 p. (yht. 6 p.))

Lisäselitys: Varattuun hiukkaseen kohdistuu magneettinen voima $F_B = QvB$, joka aiheuttaa hiukkaselle keskeiskiihtyvyyden $a_n = v^2/r$. Ratkaistaan hiukkasen radan säde Newtonin 2. lain mukaisesta liikeyhtälöstä.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_B = m\vec{a}_n$$

$$F_B = ma_n$$

$$QvB = m \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{QB}$$

Deuteronin ja elektronin varaukset ovat itseisarvoltaan yhtä suuret (kumpikin yksi alkeisvaraus), niillä on sama alkunopeus ja magneettivuon tiheys B on molemmille hiukkasille sama, joten hiukkasten radan säde on suoraan verrannollinen hiukkasten massaan.

- 7.2 Sähkökenttä kohdistaa varattuun hiukkaseen sähkökentän kanssa yhdensuuntaisen voiman, (1 p. (yht. 7 p.)) joten tehtävän homogeeninen sähkökenttä aiheuttaa deuteronille tasaisen kiihtyvyyden sähkökentän suuntaan. (1 p. (yht. 8 p.)) Näin ollen homogeeninen sähkökenttä ei siis vaikuta hiukkasen liikkeeseen sähkökenttää vastaan kohtisuorassa suunnassa mitenkään. (1 p. (yht. 9 p.)) Tehtävän tilanteessa sähkökenttä ja magneettikenttä ovat yhdensuuntaiset, joten kenttiä vastaan

kohtisuorassa suunnassa deuteroni liikkuu samalla tavalla ympyräradalla magneettisen voiman vaikutuksesta kuin kohdassa 7.1. 1 p. (yht. 10 p.) Kenttiä vastaan kohtisuoran ja kenttien suuntaisen liikkeen yhteisvaikutuksesta tuloksena on aineiston kuvan mukainen ruuviviiva. 1 p. (yht. 11 p.)

Lisäselitys: Koska deuteronin liike sähkökentän suuntaan on kiihtyvää, ruuvivii-
van kierrosten pitäisi olla kauempana ja kauempana toisistaan deuteronin sähkökentän suuntaisen nopeuden kasvaessa. Aineiston kuva näyttää erehdyttävästi siltä, että nopeus sähkökentän suunnassa olisi vakio.

- 7.3 Plasma koostuu varatuista hiukkasista, joten sen liikkeitä on mahdollista hallita sähkö- ja magneettikentillä. Plasma on erittäin kuumaa, joten jos sitä yrittäisi ohjata seinämien avulla, seinämän materiaali sulaisi. Sähkö- ja magneettikenttien avulla plasmaa saadaan ohjattua ilman, että plasma koskettaa reaktorin rakenteisiin. 2 p. (yht. 13 p.)

Jotta fuusioreaktori toimisi, plasmassa täytyy tapahtua riittävän paljon fuusio-reaktioita. Fuusioreaktiot aiheutuvat plasman ydinten törmäilystä, ja törmäyksiä tapahtuu sitä enemmän aikayksikössä, mitä tiheämpää plasma on. Tämän takia plasma pyritään pitämään tiheänä. 2 p. (yht. 15 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

8. Jodihoito (15 p.)

Aineisto:

8. A [Teksti: Kilpirauhassyövän jodihoito](#)

Kilpirauhassyöpää hoidetaan poistamalla kilpirauhanen leikkauksella. Jäljelle jäänyt rauhaskudos tuhotaan radioaktiivisella jodin isotoopilla I-131, sillä kehossa jodia kertyy erityisesti kilpirauhaskudokseen. Tutustu tekstiin [8.A](#) ja vastaa osatehtäviin 8.1–8.3.

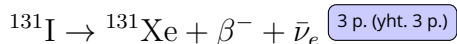
8.1 Kirjoita I-131:n hajoamisyhtälö. (3 p.)

8.2 Hajoamisen seurauksena syntyy myös gammasäteilyä, kun tytärtyimen viritystila purkautuu. Määritä gammasäteilyn puoliintumispaksuus. Vertaile jodihoidossa syntyneen beeta- ja gammasäteilyn soveltuvuutta syöpäsolujen tuhoamiseen. (6 p.)

8.3 Potilaalle juotetaan I-131:tä sisältävää nestettä, jonka aktiivisuus on 6,5 GBq. Jodista 20 % sitoutuu jäljelle jääneeseen kilpirauhaskudokseen ja loppuosa leviää ympäri kehoa. Kuinka monta täyttä vuorokautta radioaktiivisen jodin antamisesta pitää odottaa, kunnes potilas voidaan kotiuttaa? (6 p.)

Ratkaisu.

8.1



Hyväksytään myös muut oikeanlaiset reaktioyhtälöt, kuten esimerkiksi



8.2

$$\mu = 0,11 \frac{1}{\text{cm}}$$

Säteilyn intensiteetti vaimenee väliaineessa heikennyslain

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

mukaisesti, missä μ on väliaineen matkavaimennuskerroin ja x väliaineessa säteilyn kulkema matka. Puoliintumispaksuus on matka, jonka kulkiessa säteilyn intensiteetti puolittuu. Ratkaistaan puoliintumispaksuus heikennyslain avulla.

$$\frac{I_0}{2} = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} \quad || : I_0$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x} \quad || \ln()$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(e^{-\mu x})$$

$$\ln(2^{-1}) = \ln(e^{-\mu x})$$

$$-\ln(2) = -\mu x \quad || \cdot (-1)$$

$$\ln(2) = \mu x \quad || : \mu$$

$$x = \frac{\ln(2)}{\mu} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

$$= \frac{\ln(2)}{0,11 \frac{1}{\text{cm}}}$$

$$= 6,30134 \dots \text{ cm}$$

$$\approx 6,3 \text{ cm} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

Pisteytyksestä: YTL:n Hyvän vastauksen piirteissä (luettu 13.9.2023) vastaus oli 6 cm, joten melko varmasti myös 6 cm hyväksytään vastaukseksi.

Puoliintumispaksuuden lausekkeen voi myös päätellä vetoamalla siihen, että heikkennyslain ja hajoamislain yhtälöt ovat samanlaiset:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

ja hajoamislain tapauksessa tiedetään, että puoliintumisaika (joka vastaa heikkennyslaissa puoliintumispaksuutta) saadaan lausekkeesta

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

Säteilyn absorboituminen väliaineeseen riippuu säteilyn tyypistä, väliaineesta ja säteilyn energiasta. Jodiroidossa syntyneen beeta- ja gammasäteilyn energiat ovat taulukosta luettuna samaa suuruusluokkaa, eli molemmat kykenisivät teoriassa tuhoamaan syöpäsoluja yhtä tehokkaasti. Soveltuvuuden kannalta olennaista on kuinka paljon energiaa absorboituu juuri syöpäsoluihin.

Aineistosta luettuna beeta-hiukkasten kantama kudoksessa on noin 1 millimetri, eli niiden energia absorboituu kudokseen paikallisesti, melko varmasti juuri kilpirauhasessa oleviin, tuhoaviin syöpäsoluihin. 1 p. (yht. 7 p.) Gammasäteilyn puoliintumispaksuus on 6,3 cm, eli sen energiasta vain pieni osa absorboituu kilpirauhasen syöpäsoluihin. 1 p. (yht. 8 p.)

Jodiroidossa syntynyt beetasäteily tuhoaa siis syöpäsoluja tehokkaammin kuin gammasäteily, jonka energia absorboituu laajemmalle alueelle. 1 p. (yht. 9 p.)

8.3

Ratkaisuvaihtoehto 1

$$T_{\text{fys}} = 8,02 \text{ d}$$

$$T_{\text{bio}} = 24 \text{ h} = 1 \text{ d}$$

$$A_0 = 6,5 \text{ GBq} = 6,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A = 1100 \text{ MBq} = 1100 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$r = 0,2$$

Potilaalle juotetusta jodista sitoutuu kilpirauhaseen 20%. Tämän jodin aktiivisuus vastaa osaa $r = 0,2$ alkuperäisestä aktiivisuudesta $A_0 = 6,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$. Kilpirauhaseen sitoutunut jodi poistuu elimistöstä hyvällä tarkkuudella vain fysikaalisesti radioktiivisten hajoamisten kautta, eli sen aktiivisuus vähenee hajoamislain mukaisesti fysikaalisella puoliintumisajalla $T_{\text{fys}} = 8,02 \text{ d}$. Hajoamislain mukaan kilpirauhaseen sitoutuneen jodin aktiivisuus on

$$A_1 = r \cdot A_0 e^{-\lambda \cdot t} = r \cdot A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{fys}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)} \quad (1)$$

Muualla kehossa olevan jodin osuus on 80%, eli sen aktiivisuus vastaa osaa $1 - r = 0,8$ alkuperäisestä aktiivisuudesta. Muualla kehossa oleva jodi poistuu kehosta sekä biologisesti että fysikaalisesti, joten sen aktiivisuus vähenee hajoamislain mukaisesti efektiivisellä puoliintumisajalla T_{eff} . Aineiston kaavalla efektiiviseksi puoliintumisajaksi saadaan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{\text{eff}}} &= \frac{1}{T_{\text{fys}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \\ T_{\text{eff}} &= \left(\frac{1}{T_{\text{fys}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{8,02 \text{ d}} + \frac{1}{1 \text{ d}} \right)^{-1} \\ &= 0,889135 \dots \text{ d} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)} \end{aligned}$$

Muualla kehossa olevan jodin aktiivisuudelle saadaan hajoamislaita vastaavasti lauseke:

$$A_2 = (1 - r) \cdot A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{eff}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 12 p.)} \quad (2)$$

Aktiivisuudella tarkoitetaan radioaktiivisten hajoamisten lukumäärää aikayksikössä. Kun lasketaan kilpirauhasessa ja muualla kehossa hajoanneiden jodiatomien lukumäärät aikayksikössä yhteen, saadaan kehon kokonaisaktiivisuus.

Yhdistämällä yhtälöt (1) ja (2) saadaan kokonaisaktiivisuuden lausekkeeksi:

$$A(t) = r \cdot A_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{fys}}} \cdot t} + (1 - r) \cdot A_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{eff}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)}$$

Lasketaan potilaan kehon aktiivisuuden arvoja aina täysien vuorokausien kohdalla, ja katsotaan, koska arvot ovat pienentyneet aineistossa annetun arvon $A = 1100 \cdot 10^6 \text{ Bq} = 1,1 \cdot 10^9 \text{ Bq}$ alle.

$$A(0 \text{ d}) = 6,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A(1 \text{ d}) = 3,57 \dots \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A(2 \text{ d}) = 2,18 \dots \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A(3 \text{ d}) = 1,50 \dots \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A(4 \text{ d}) = 1,15 \dots \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A(5 \text{ d}) = 0,94 \dots \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

1 p. (yht. 14 p.)

Lasketuista arvoista nähdään, että potilas voidaan kotiuttaa 5 kokonaisen vuorokauden jälkeen. 1 p. (yht. 15 p.)

Vastaus: Potilas voidaan kotiuttaa 5 kokonaisen vuorokauden jälkeen.

Pisteytyksestä:

- Kokonaisaktiivisuuden lausekkeesta perusteluineen 4p.
- Päiväkohtaisten aktiivisuuksien laskusta 1p. Jokaista päivää ei tarvitse laskea, riittää, että laskettujen arvojen avulla voi perustella vastauksen.
- Oikeasta vastauksesta 1p.

Ratkaisuvaihtoehto 2

$$T_{\text{fys}} = 8,02 \text{ d}$$

$$T_{\text{bio}} = 24 \text{ h} = 1 \text{ d}$$

$$A_0 = 6,5 \text{ GBq} = 6,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$A = 1100 \text{ MBq} = 1100 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$r = 0,2$$

Potilaalle juotetusta jodista sitoutuu kilpirauhaseen 20%. Tämän jodin aktiivisuus vastaa osaa $r = 0,2$ alkuperäisestä aktiivisuudesta $A_0 = 6,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$. Kilpirauhaseen sitoutunut jodi poistuu elimistöstä hyvällä tarkkuudella vain fysikaalisesti radioktiivisten hajoamisten kautta, eli sen aktiivisuus vähenee hajoamislain mukaisesti fysikaalisella puoliintumisajalla $T_{\text{fys}} = 8,02 \text{ d}$. Hajoamislain mukaan kilpirauhaseen sitoutuneen jodin aktiivisuus on

$$A_1 = r \cdot A_0 e^{-\lambda \cdot t} = r \cdot A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{fys}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 10 p.)} \quad (1)$$

Muualla kehossa olevan jodin osuus on 80%, eli sen aktiivisuus vastaa osaa $1 - r = 0,8$ alkuperäisestä aktiivisuudesta. Muualla kehossa oleva jodi poistuu kehosta sekä biologisesti että fysikaalisesti, joten sen aktiivisuus vähenee hajoamislain mukaisesti efektiivisellä puoliintumisajalla T_{eff} . Aineiston kaavalla efektiiviseksi puoliintumisajaksi saadaan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{\text{eff}}} &= \frac{1}{T_{\text{fys}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \\ T_{\text{eff}} &= \left(\frac{1}{T_{\text{fys}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{8,02 \text{ d}} + \frac{1}{1 \text{ d}} \right)^{-1} \\ &= 0,889135 \dots \text{ d} \quad \text{1 p. (yht. 11 p.)} \end{aligned}$$

Muualla kehossa olevan jodin aktiivisuudelle saadaan hajoamislaita vastaavasti lauseke:

$$A_2 = (1 - r) \cdot A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{eff}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 12 p.)} \quad (2)$$

Aktiivisuudella tarkoitetaan radioaktiivisten hajoamisten lukumäärää aikayksikössä. Kun lasketaan kilpisrauhasessa ja muualla kehossa hajonneiden jodiatomien lukumäärät aikayksikössä yhteen, saadaan kehon kokonaisaktiivisuus.

Yhdistämällä yhtälöt (1) ja (2) saadaan kokonaisaktiivisuuden lausekkeeksi:

$$A(t) = r \cdot A_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{fys}}} \cdot t} + (1 - r) \cdot A_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_{\text{eff}}} \cdot t} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)}$$

Ratkaistaan laskinohjelmalla milloin aktiivisuus on vähentynyt aineistossa annettuun arvoon $A = 1100 \cdot 10^6 \text{ Bq}$. Ajaksi saadaan tällöin:

$$t = 4,2046 \dots \text{d.} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)}$$

Näin lasketusta numeerisesta arvosta voidaan päätellä, että neljä kokonaista vuorokautta ei vielä riitä, vaan potilaan pitää odottaa 5 kokonaista vuorokautta ennen kotiuttamista. 1 p. (yht. 15 p.)

Vastaus: Potilas voidaan kotiuttaa 5 kokonaisen vuorokauden jälkeen.

Pisteytyksestä:

- Kokonaisaktiivisuuden lausekkeesta perusteluineen 4p.
- Oikeasta vastauksesta 1p, vastauksen perustelusta 1p.

Tehtävässä ei kysytty tarkkaa aikaa, milloin potilas voitaisiin kotiuttaa, vaan tehtävänä oli perustella tarvittavien kokonaisten vuorokausien määrä. Näin laskinohjelmalla laskettu ja perusteltu ratkaisu käy vastaukseksi, vaikka ratkaistavan suureen lauseketta ei saada kirjoitettua symbolisessa muodossa tunnettujen suureiden avulla.

Aktiivisuuden lausekkeen ajan funktiona johtamisen jälkeen tehtävän voisi ratkaista myös piirtämällä aktiivisuuden kuvaajan ajan funktiona, ja lukemalla kuvaajasta, minkä päivän kohdalla aktiivisuus on laskenut rajan $A = 1100 \cdot 10^6 \text{ Bq}$ alapuolelle.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

9. Juoksupyöränosturi (20 p.)

Aineisto:

- 9. A [Video: Juoksupyöränosturin toiminta](#)
- 9. B [Kuva: Juoksupyöränosturin rakenne](#)

Antiikin ja keskiajan rakennustyömailla käytettiin laajalti videon [9.A](#) esittämää juoksupyöränosturia. Kun ihminen kävelee juoksupyörän sisällä, kuormaan kiinnitetty köysi kelaautuu juoksupyörän akselille asennetun rummun ympärille ja kuorma nousee. Kuvassa [9.B](#) hahmotetaan juoksupyöränosturin rakennetta sivulta ja edestä nähtynä. Kuvassa nosturia on yksinkertaistettu, ja siinä esitetään vain nosturin toimintaperiaatteen ymmärtämisen kannalta olennaiset osat. Juoksupyörän halkaisija on 4,0 m ja rummun halkaisija on 0,34 m. Kuorman massa on 420 kg ja henkilön massa on 81 kg. Laitteistossa esiintyvää kitkaa ei oteta huomioon.

- 9.1 Selitä sopivan kuvion avulla, mitkä voimat aiheuttavat momentin rummun ja juoksupyörän yhteisen akselin suhteen. Mihin kohtaan juoksupyörällä ihmisen on asetettava seisomaan, jotta kuorma alkaisi nousta? Anna vastauksesi pysytysuunnan ja ihmisen jalkaterien kautta kulkevan juoksupyörän säteen välisen kulman α avulla. (12 p.)
- 9.2 Kun ihminen alkaa kävellä, juoksupyörä pyörii tasaisesti 2,0 kierrosta minuutissa. Määritä kuorman nopeus ja nosturin teho. (4 p.)
- 9.3 Antiikin Roomassa juoksupyöränostureilla nostettiin ihmisvoimin useiden tonnien kuormia esimerkiksi Colosseumia ja Pantheonin rakennettaessa. Millä eri tavoilla kuvan [9.B](#) esittämää nosturia voidaan kehittää, jotta sillä olisi mahdollista nostaa raskaampia kappaleita? (4 p.)

Ratkaisu.

9.1

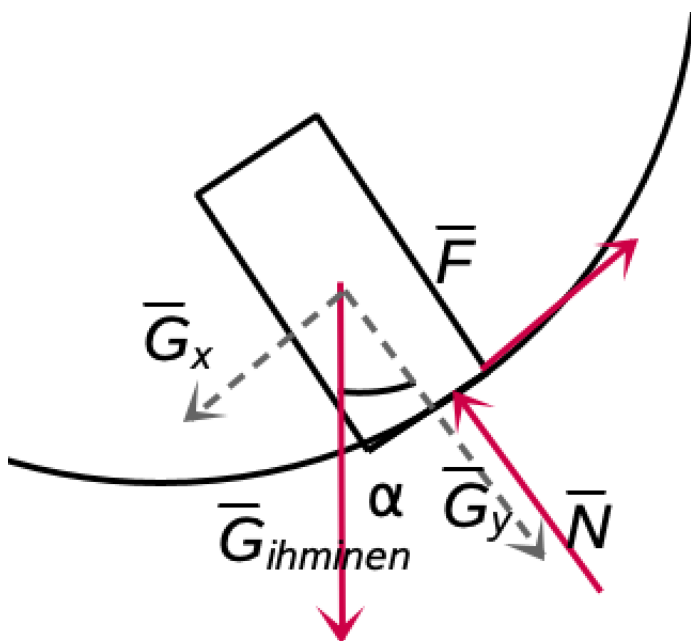
$$m_{\text{kuorma}} = 420 \text{ kg}$$

$$m_{\text{ihminen}} = 81 \text{ kg}$$

$$R = \frac{4,0 \text{ m}}{2} = 2,0 \text{ m}$$

$$r = \frac{0,34 \text{ m}}{2} = 0,17 \text{ m}$$

Piirretään juoksupyörässä tasaisesti kävelevään ihmiseen kohdistuvat voimat.



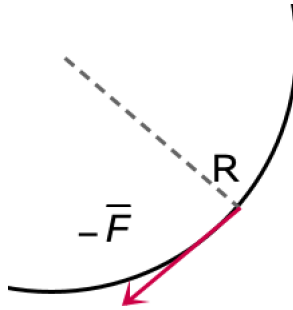
1 p. (yht. 1 p.)

Kuvassa $\overline{G}$ on ihmiseen kohdistuva painovoima, $\overline{N}$ juoksupyörän kehän ihmiseen aiheuttama tukivoima ja $\overline{F}$ juoksupyörän kehän kitkavoima tai kehällä olevien tukipalikoiden aiheuttama kehän tangentin suuntainen tukivoima.

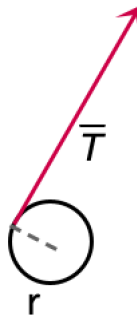
Juoksupyörä kohdistaa ihmiseen voimat $\overline{N}$ ja $\overline{F}$, jolloin ihminen kohdistaa juoksupyörään Newtonin III lain perusteella yhtä suuret, mutta vastakkaisuuntaiset voimat. Näin ollen juoksupyörän akselin suhteen voiman $\overline{F}$ vastavoima aiheuttaa akseliin momentin.

1 p. (yht. 2 p.)

Momenttivarsi on voiman vaikutussuoran kohtisuora etäisyys pyörimisakselista. Tukivoiman $\overline{N}$ vastavoima ei aiheuta momenttia, koska se on kohtisuorassa juoksupyörän kehää vastaan ja sen vaikutussuora kulkee akselin kautta.



Vastaavasti rummun ympärille kiertyneen köyden jännitysvoima aiheuttaa momentin rummun akselin suhteen. 1 p. (yht. 3 p.)



Rajatapauksessa, jossa pyörä lähtee liikkeelle, ihmisen rumpuun aiheuttaman momentin ja köyden momentin summa on nolla. Muodostetaan momenttiehto.

$$\Sigma M = 0 \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

$$M_{\text{ihminen}} = M_{\text{köysi}} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

$$FR = Tr$$

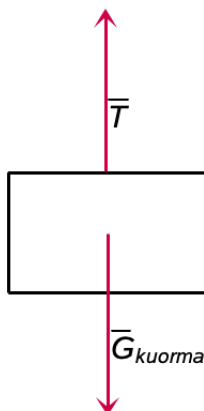
Ihminen kävelee pyörässä vakionopeudella, joten Newtonin II lain perusteella ihmisen liikeyhtälö x -suunnassa on

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$G_x = F$$

$$G_{\text{ihminen}} \sin(\alpha) = F \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)} \quad (1)$$

Piirretään kuormaan kohdistuvat voimat. Kuormaan vaikuttaa köyden jännitysvoima ja kuorman painovoima.



2 p. (yht. 8 p.) Vastaavasti Newtonin II lain mukaan köyden jännitysvoiman on oltava yhtä suuri kuin kuorman painovoiman, kun kuorma juuri ja juuri on vielä paikallaan.

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$T = G_{\text{kuorma}} \quad 2 \text{ p. (yht. 10 p.)} \quad (2)$$

Sijoitetaan yhtälöt (1) ja (2) momenttiyhtälöön ja ratkaistaan kulma α .

$$FR = Tr$$

$$G_{\text{ihminen}} \sin(\alpha) R = Tr$$

$$\sin(\alpha) = \frac{G_{\text{kuorma}} r}{G_{\text{ihminen}} R} \quad \| \quad G = mg$$

$$\sin(\alpha) = \frac{m_{\text{kuorma}} g r}{m_{\text{ihminen}} g R}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{m_{\text{kuorma}} r}{m_{\text{ihminen}} R}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{420 \text{ kg} \cdot \frac{0,34 \text{ m}}{2}}{81 \text{ kg} \cdot \frac{4,0 \text{ m}}{2}}$$

$$\alpha = 26,15 \dots^\circ \approx 26^\circ \quad 2 \text{ p. (yht. 12 p.)}$$

Vastaus: Ihmisen tulee asettua vähintään 26° kulmaan juoksupyörällä pystytään nähdä, jotta kuorma lähtee liikkeelle.

9.2 Juoksupyörä kiertää kaksi kierrosta minuutissa, joten sen kulmanopeus on

$$\omega = \frac{2 \cdot 2\pi}{60 \text{ s}} = 0,20943 \dots (\text{rad})/\text{s} \quad \text{1 p. (yht. 13 p.)}$$

Akseli on kiinni sekä juoksupyörässä että rummussa. Kun juoksupyörä kiertää kaksi kierrosta, rumpukin kiertää kaksi kierrosta. Kulmanopeudet ovat siis yhtä suuret.

Köysi lyhenee eli kuorma nousee kaksi rummun piirin mittaa minuutissa. Laske-
taan rummun ratanopeus, eli matka, jonka köysi lyhenee sekunnissa.

$$v = \omega r$$

$$v = 0,20943 \dots 1/\text{s} \cdot \frac{0,34}{2} \text{ m}$$

$$v = 0,03560 \dots \text{ m/s} \approx 3,6 \text{ cm/s} \quad \text{1 p. (yht. 14 p.)}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Nosturin teho voidaan laskea hetkellisen tehon kaavalla

$$P = Tv \quad \text{1 p. (yht. 15 p.)}$$

missä T on narun jännitysvoima, joka on yhtä suuri kuin kuorman painovoima. Tehoksi saadaan

$$P = m_{\text{kuorma}} g v$$

$$P = 420 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,03560 \dots \text{ m/s}$$

$$P = 146,69855 \dots \text{ W} \approx 150 \text{ W} \quad \text{1 p. (yht. 16 p.)}$$

Vastaus: Kuorman nopeus on 3,6 cm/s ja nosturin teho on 150 W.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Nosturin teho voidaan laskea kuorman potentiaalienergian muutoksesta aikayksikköä kohden

$$P = \frac{\Delta E_p}{\Delta t}$$

$$P = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \left(\text{1 p. (yht. 15 p.)} \right) \quad \parallel \quad \frac{\Delta h}{\Delta t} = v$$

$$P = mgv = 420 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,03560 \dots \text{ m/s}$$

$$P = 146,69855 \dots \text{ W} \approx 150 \text{ W} \quad \left(\text{1 p. (yht. 16 p.)} \right)$$

Vastaus: Kuorman nopeus on 3,6 cm/s ja nosturin teho on 150 W.

9.3 Tutkitaan aiemmassa kohdassa saatua lauseketta ja ratkaistaan siitä kuorman massa.

$$\sin(\alpha) = \frac{m_{\text{kuorma}} r}{m_{\text{ihminen}} R}$$

$$m_{\text{kuorma}} = \frac{\sin(\alpha) \cdot m_{\text{ihminen}} R}{r}$$

Lausekkeesta voidaan päätellä, että nostettava massa saadaan sitä suuremmaksi, mitä suurempi osoittaja ja pienempi nimittäjä lausekkeessa on.

Voidaan siis

- laittaa massaltaan suurempi ihminen tai useampia ihmisiä kävelemään juoksupyörään. **Juoksupyörää voi siis leventää, jotta useampi ihminen mahtuu kävelemään siinä.**
- kasvattaa juoksupyörän sädettä
- pienentää rummun sädettä.

Toisaalta rumpuun aiheutuvan köyden jännitysvoiman momenttia voidaan pienentää lisäämällä väkipyöriä köyden ja kuorman systeemiin. 4 p. (yht. 20 p.)

Pistetyksestä:

- Mainittu kaksi parannusehdotusta, 2 p./ehdotus.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

10. Sukellus (20 p.)

Aineisto:

- 10. A [Teksti: Sukellustaulukkojen tärkeys turvallisessa sukeltamisessa](#)
- 10. B [Taulukko: Enimmäissukellusaika eri syvyyksissä ilman dekompressiopiysähdysten tarvetta](#)
- 10. C [Taulukko: Uusintasukelluksen enimmäiskesto sukelluksien välisen tauon funktiona, kun ensimmäinen sukellus 24 metrin syvyyteen on kestänyt 35 minuutin enimmäisajan](#)

Lue teksti [10.A](#) sukellustaulukkojen hyödyistä ja vastaa osatehtäviin 10.1–10.4.

- 10.1 Määritä sukeltajan kehoon vaikuttava paine 65 metrin syvyydessä, jos ilmanpaine meren pinnan tasolla on 101,3 kPa. (3 p.)
- 10.2 Erittäin pitkäkestoisessa sukelluksessa 65 metrin syvyydessä sukeltaja on hengittänyt paineistettua tavallista ilmaa, jossa on 78 % typpeä. Sukeltaja nousee liian äkillisesti pintaan, eikä yhtään ylimääräistä typpeä ehdi poistua sukeltajan kehosta. Määritä sukeltajan vereen ylimääräisestä tyypestä aiheutuneiden kuplien kokonaistilavuus millilitroissa. Sukeltajan veren tilavuus ja lämpötila ovat 5,0 litraa ja 37 °C. Ilmanpaine meren pinnan tasolla on 101,3 kPa. Henryn lain mukainen verrannollisuuskerroin typelle on $6,0 \mu\text{mol}/(\text{m}^3 \cdot \text{Pa})$. (7 p.)
- 10.3 Määritä taulukon [10.B](#) ja jonkin graafiseen esitykseen tehdyn sovituksen avulla enimmäisaika, jonka sukeltaja voi viipyä 10 metrin syvyydessä ilman että hänen on tarpeen tehdä erillistä dekompressiopiysähdystä nousun aikana. (4 p.)
- 10.4 Määritä taulukon [10.C](#) ja graafiseen esitykseen tehdyn sovituksen avulla ihmiskehon ylimääräisen typen puoliintumisaika eli aika, jossa puolet ylimääräisestä tyypestä on poistunut sukeltajan kehosta. (6 p.)

Ratkaisu.

- 10.1 Käytetään veden tiheydelle arvoa $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$, sillä veden lämpötilaa ei tunneta. Tehtävässä luultavasti hyväksytään myös esimerkiksi 20 °C lämpötilassa olevan veden tiheyden arvon $998,2 \text{ kg}/\text{m}^3$ käyttäminen.

$$p_0 = 101,3 \text{ kPa} = 101300 \text{ Pa}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$h = 65 \text{ m}$$

Sukeltajaan vaikuttava paine on veden pinnalla vaikuttavan ilmanpaineen ja veden hydrostaattisen paineen summa.

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho gh \quad (1 \text{ p. (yht. 1 p.)}) \\ &= 101300 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 65 \text{ m} \\ &= 738950 \text{ Pa} \quad (1 \text{ p. (yht. 2 p.)}) \\ &\approx 740 \text{ kPa} \quad (1 \text{ p. (yht. 3 p.)}) \end{aligned}$$

Vastaus: Sukeltajan kehoon vaikuttava paine 65 metrin syvyydessä on 740 kPa.

10.2

$$V = 5,0 \text{ l} = 0,005 \text{ m}^3 \quad (\text{veren tilavuus})$$

$$T = 37^\circ\text{C} = (37 + 273,15) \text{ K} = 310,15 \text{ K}$$

$$p_0 = 101,3 \text{ kPa} = 101300 \text{ Pa}$$

$$p = 738,95 \text{ kPa} = 738950 \text{ Pa} \quad (\text{kohdasta 10.1})$$

$$r = 0,78$$

$$H_s = 6,0 \frac{\mu\text{mol}}{\text{m}^3 \cdot \text{Pa}} = 6,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{m}^3 \cdot \text{Pa}}$$

$$R = 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Tehtävänannon mukaan hengitysilma 78% on typpeä, joten typen osapaine syvyydellä 65 m on

$$p_{\text{N}_2} = r \cdot p$$

ja vastaavasti typen osapaine veden pinnalla on

$$p_{\text{N}_2,0} = r \cdot p_0.$$

1 p. (yht. 4 p.)

Aineistossa annetun Henryn lain mukaan typen konsentraatio on $c = H_s \cdot p_{\text{N}_2}$. Toisaalta konsentraatio on typen ainemäärä n jaettuna liuoksen tilavuudella V . Ratkaistaan vereen liuenneen typen ainemäärä syvyydellä 65 m.

$$\frac{n}{V} = H_s p_{\text{N}_2}$$

$$n = H_s V p_{\text{N}_2}$$

$$n = H_s V r p.$$

Vastaavasti veden pinnalla vereen liuenneen typen ainemäärä on

$$n_0 = H_s V r p_0.$$

1 p. (yht. 5 p.)

Äkillisesti pintaan noustessa ylimääräisen kaasuuntuvan typen ainemäärä on siis

$$\begin{aligned} \Delta n &= n - n_0 \\ &= H_s V r p - H_s V r p_0 \\ &= H_s V r (p - p_0). \end{aligned}$$

1 p. (yht. 6 p.)

Oletetaan typen käyttäytyvän ideaalikaasun tavoin. 1 p. (yht. 7 p.) Ratkaistaan ylimääräisen typen muodostamien ilmakuplien tilavuus $V_{\text{N}_2,0}$ ideaalikaasun tilanyhtälöstä. Typpikuplien paineen täytyy olla veden pinnalla sama kuin niitä ympäröivän veren paineen. Verenpaine vaihtelee sydämen lyöntien vaikutuksesta, eikä ole täsmälleen sama kuin ympäröivän ilman paine, mutta tarkin järkevä

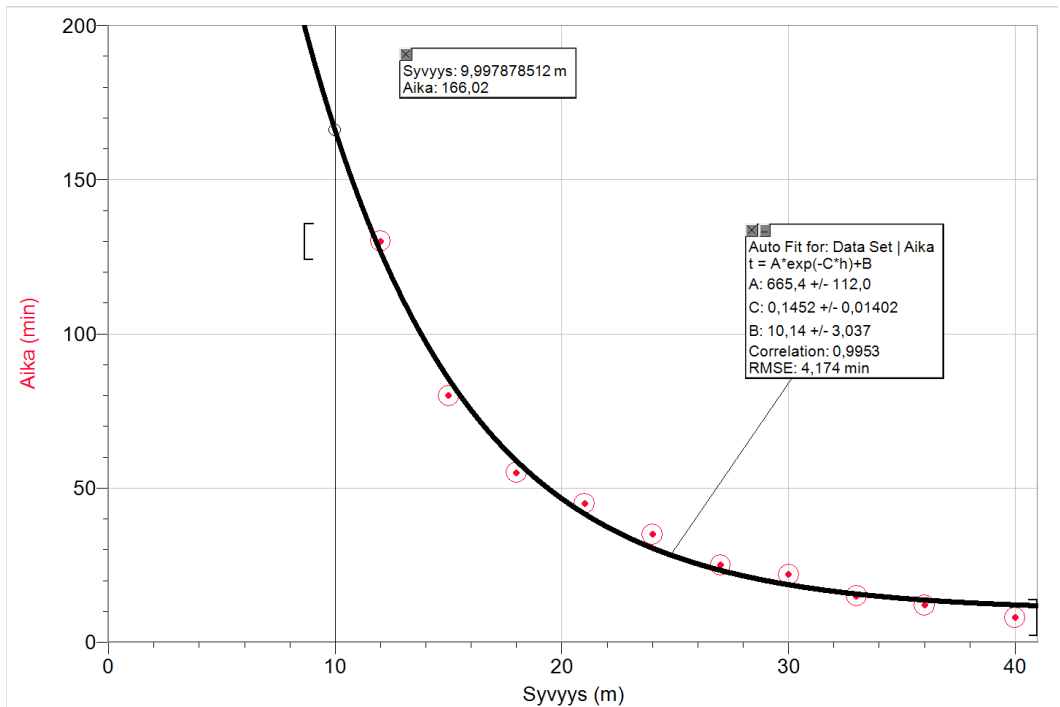
approksimaatio tehtävän tilanteessa on se, että sukeltajan ollessa veden pinnalla typpikuplien paine on noin ympäröivän ilmanpaineen suuruinen.

$$\begin{aligned}
 p_0 V_{N_2,0} &= \Delta n RT \quad (1 \text{ p. (yht. 8 p.)}) \\
 V_{N_2,0} &= \frac{\Delta n RT}{p_0} \\
 &= \frac{H_s V r (p - p_0) RT}{p_0} \quad (1 \text{ p. (yht. 9 p.)}) \\
 &= \frac{6,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{m}^3 \cdot \text{Pa}} \cdot 0,005 \text{ m}^3 \cdot 0,78 \cdot (738950 \text{ Pa} - 101300 \text{ Pa})}{101300 \text{ Pa}} \\
 &\quad \cdot 8,31446 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 310,15 \text{ K} \\
 &= 0,00037983 \dots \text{ m}^3 \\
 &= 379,83 \dots \text{ ml} \\
 &\approx 380 \text{ ml} \quad (1 \text{ p. (yht. 10 p.)})
 \end{aligned}$$

Vastaus: Ylimääräisestä tyypestä aiheutuneiden kuplien kokonaistilavuus on 380 ml.

Pisteytyksestä: YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 13.9.2023) mukaan ideaalikaasun tilanyhtälön muodostamisen jälkeen oli jaossa enää kaksi pistettä, joten arvelemme toisen niistä tulevan kysytyn suureen symbolisesta lausekkeesta tunnettujen suureiden avulla ilmaistuna, ja toisen oikeasta vastauksesta järkevälle tarkkuudelle pyöristettynä.

- 10.3 Piirretään enimmäisaika sukellussyvyyden funktiona. Sovitetaan **kokeilemalla** pisteisiin sovitefunktio, joka silmämääräisesti vastaa hyvin pisteiden muodostamaa kuvaajaa.



3 p. (yht. 13 p.)

Pisteytyksestä:

- Oikein piirretty kuvaaja = 1 p,
- Pisteisiin sopiva sovite = 1 p. Tehtävässä hyväksytään todennäköisesti mikä vain järkevä sovite, joka sopii hyvin pisteisiin.
- Sen näyttäminen, miten sukellussyvyyttä 10 m vastaava enimmäisaika on selvitetty = 1 p. Tämän voi tehdä interpoloinnin sijaan myös esimerkiksi laskemalla sovitefunktio lausekkeen avulla.
- Suure tai yksikkö puuttuu akselilta = -1 p / puute,
- Otsikko puuttuu = -0 p,
- Akselit eivät leikkaa origossa = -0 p.

Interpoloimalla saadaan, että sukellussyvyyttä 10 m vastaa enimmäisaika

$$166,02 \text{ min} \approx 170 \text{ min}$$

1 p. (yht. 14 p.)

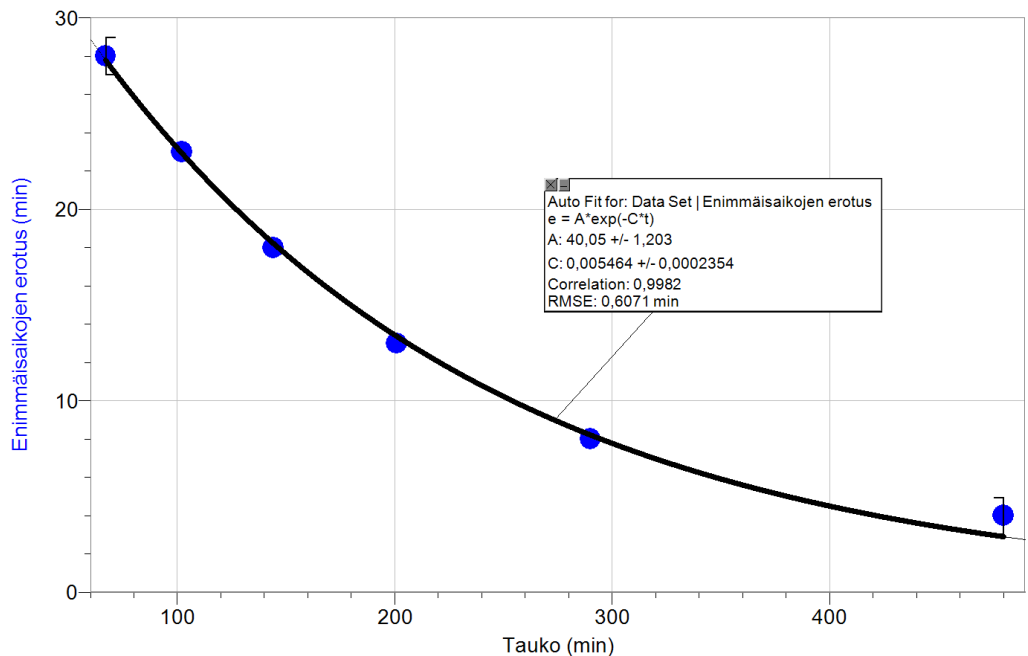
Vastaus: Enimmäisaika, jonka sukeltaja voi viipyä 10 m syvyydessä ilman dekompressiopysähdystä on 170 min.

YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 13.9.2023) mukaan ajat 160 min ja 210 min väliltä hyväksytään.

10.4

Ratkaisuvaihtoehto 1

Aineiston mukaan ensimmäisen sukelluksen ja uusintasukelluksen enimmäisaikojen ero pienenee eksponentiaalisesti. Piirretään siis tämä ero tauon pituuden funktiona ja sovitetaan siihen eksponenttifunktio.



2 p. (yht. 16 p.)

Eksponenttifunktion potenssissa olevan parametrin C arvo on

$$C = 0,004364 \dots \frac{1}{\text{min}}.$$

Sovitefunktion lauseke on samanlainen kuin radioaktiivisesta hajoamisesta tuttu hajoamislaki

$$A = A_0 e^{-\lambda t},$$

missä hajoamisvakio λ on

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}.$$

Täten voidaan päätellä vastaavasti, että enimmäisaikojen erotuksen puoliintumisaikalle $T_{1/2}$ pätee

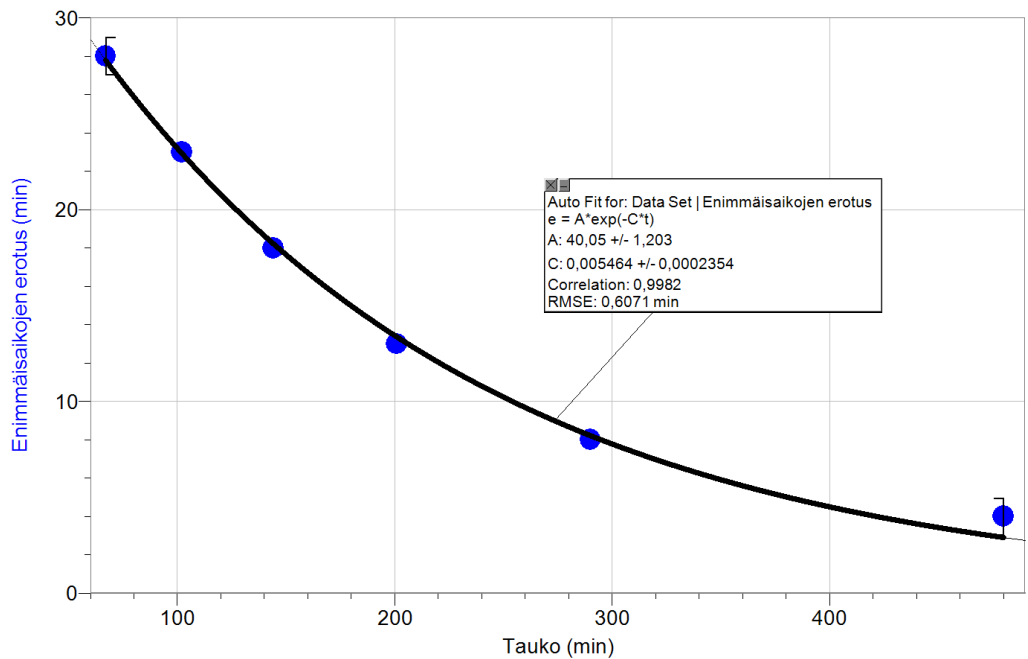
$$\begin{aligned} C &= \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \\ T_{1/2} &= \frac{\ln(2)}{C} \quad (1 \text{ p. (yht. 17 p.)}) \\ &= \frac{\ln(2)}{0,004364 \dots \frac{1}{\text{min}}} \\ &= 126,857 \dots \text{ min} \quad (1 \text{ p. (yht. 18 p.)}) \\ &\approx 130 \text{ min} \end{aligned}$$

Oletetaan, että ensimmäisen sukelluksen ja uusintasukelluksen enimmäisaikojen erotus on suoraan verrannollinen ylimääräisen typen määrään, jolloin tämä puoliintumisaika on myös ylimääräisen typen puoliintumisaika. (1 p. (yht. 19 p.))

Vastaus: Ylimääräisen typen puoliintumisaika on 130 min. (1 p. (yht. 20 p.))

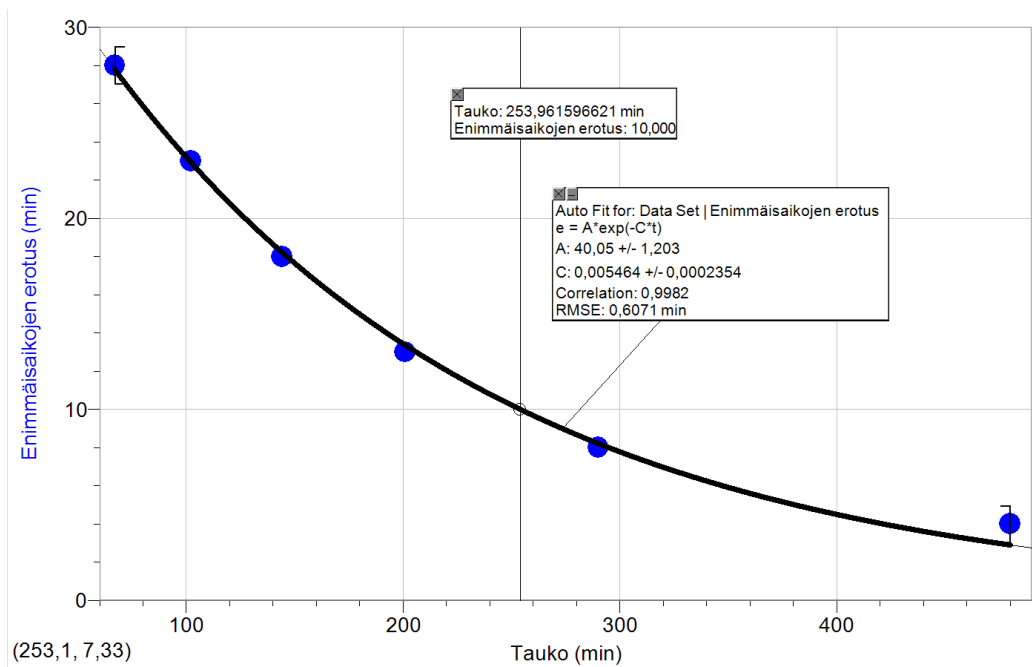
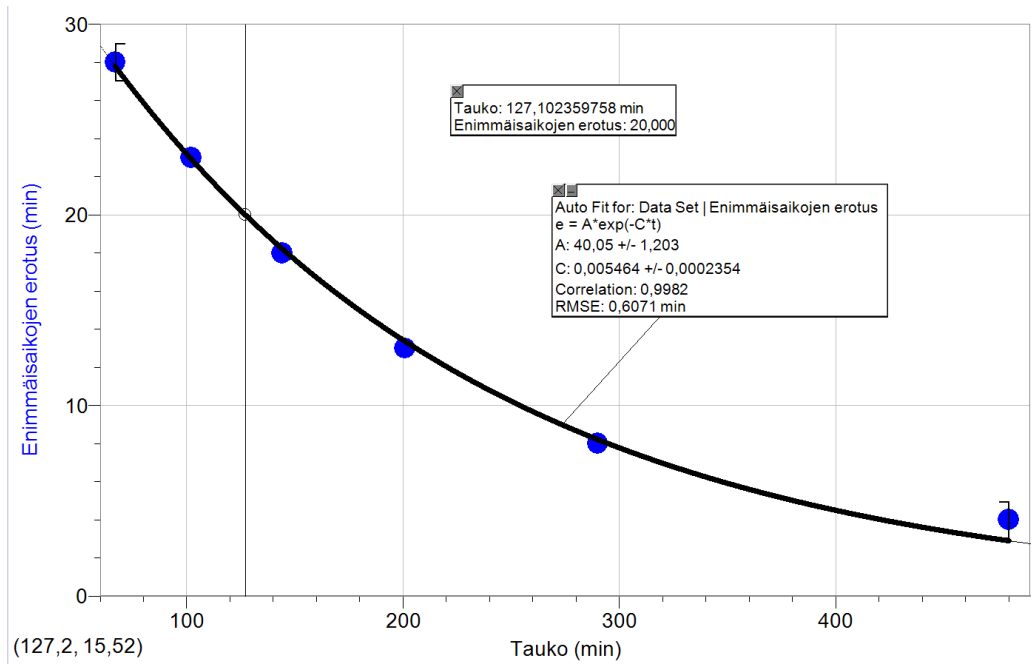
Ratkaisuvaihtoehto 2

Aineiston mukaan ensimmäisen sukelluksen ja uusintasukelluksen enimmäisaikojen ero pienenee eksponentiaalisesti. Piirretään siis tämä ero tauon pituuden funktiona ja sovitetaan siihen eksponenttifunktio.



2 p. (yht. 16 p.)

Luetaan kuvaajalta taukojen pituudet, jotka vastaavat enimmäisaikojen erotuksia 20 min ja 10 min. **Ei ole välttämätöntä käyttää juuri näitä arvoja. Mitkä tahansa kaksi arvoa, joista toinen on puolet toisesta, käyvät.**



Taukojen pituudet ovat:

$$t_{20} = 127,1023 \dots \text{ min}$$

$$t_{10} = 253,9615 \dots \text{ min}$$

Kun enimmäisaikojen erotus pienenee arvosta 20 min arvoon 10 min, se puolittuu. Täten näiden taukojen erotus vastaa enimmäisaikojen erotuksen puolittumisaikaa. 1 p. (yht. 17 p.)

$$T_{1/2} = t_{10} - t_{20}$$

$$= 253,9615 \dots \text{ min} - 127,1023 \dots \text{ min}$$

$$= 126,859 \dots \text{ min} \quad \text{1 p. (yht. 18 p.)}$$

$$\approx 130 \text{ min}$$

Oletetaan, että ensimmäisen sukelluksen ja uusintasukelluksen enimmäisaikojen erotus on suoraan verrannollinen ylimääräisen typen määrään, jolloin tämä puoliintumisaika on myös ylimääräisen typen puoliintumisaika. 1 p. (yht. 19 p.)

Vastaus: Ylimääräisen typen puoliintumisaika on 130 min. 1 p. (yht. 20 p.)

YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 13.9.2023) mukaan hyväksytään käytetystä sovitteesta ja laskinohjelmasta riippuen lopputulokset 100 min ja 150 min välillä.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

11. Kylmälaukku (20 p.)

Aineisto:

- 11. A [Taulukko: Sähkövirta ja jännite ajan funktiona](#)
- 11. B [Teksti: Peltier-elementti](#)
- 11. C [Kuva: Peltier-elementti](#)

Tavalliseen vaihtojännitteeseen (~ 230 V) kytkettäviä laitteita voidaan käyttää autossa vaihtosuuntajan eli invertterin avulla. Invertteri tuottaa auton akun 12 V:n tasajännitteestä vaihtojännitettä.

- 11.1 Invertteriin kytketty kylmälaukku jää toimimaan pienellä teholla pysäköinnin jälkeen. Kuinka kauan kestää, että auton akun varaustila laskee täydestä 20 %:iin, kun kylmälaukku toimii jatkuvasti keskimääräisellä 35 watin teholla? Invertterin hyötysuhde on 87 %, ja auton akun kapasiteetti on 60 Ah. (4 p.)
- 11.2 Invertteriltä täydellä teholla toimivalle kylmälaukulle menevän sähkövirran suuruus ja jännite mitattiin ([aineisto 11.A](#)). Määritä kylmälaukun keskimääräinen tehonkulutus. (10 p.)
- 11.3 Edullisten sähköisten kylmälaukkujen toiminta perustuu tyypillisesti Peltier-elementtiin. Tietoja laitteesta on annettu aineistoissa [11.B](#) ja [11.C](#). Päätele aineistojen perusteella, mitkä tekijät heikentävät Peltier-elementillä toimivien kylmälaukkujen viilennystehoa. (6 p.)

Ratkaisu.

11.1

$$Q_{\text{akku, max}} = 60 \text{ Ah} = 216\,000 \text{ As}$$

$$Q_{\text{akku}} = 0,20 \cdot 60 \text{ Ah} = 43\,200 \text{ As}$$

$$U_{\text{akku}} = 12 \text{ V}$$

$$\eta = 87\%$$

$$P_{\text{kylmälaukku}} = 35 \text{ W}$$

Tehtävän tilanteessa akku tuottaa sähköenergiaa, invertteri muuntaa akun tuotaman virran kylmälaukulle sopivaksi. Tässä osa energiasta menee hukkaan.

Akun tuottama sähköteho on yhtä suuri kuin invertterin ottama sähköteho. Tästä tehosta invertteri tuottaa kylmälaukulle 87%. Näin ollen invertterin hyötysuhteelle saadaan lauseke

$$\eta = \frac{P_{\text{kylmälaukku}}}{P_{\text{akku}}}. \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

Tarkastellaan akun tuottamaa sähkötehoa. Sähköteho on

$$P_{\text{akku}} = U_{\text{akku}} I.$$

Sähkövirta voidaan ilmoittaa siirtyvänä varauksena aikayksikköä kohden,

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ &= \frac{Q_{\text{akku, max}} - Q_{\text{akku}}}{\Delta t}, \end{aligned}$$

joten akun tuottamaksi sähkötehoksi saadaan

$$P_{\text{akku}} = U_{\text{akku}} \cdot \frac{Q_{\text{akku, max}} - Q_{\text{akku}}}{\Delta t}. \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

Sijoitetaan akun tuottaman sähkötehon lauseke invertterin hyötysuhteen lausekkeeseen ja ratkaistaan aika t :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\text{kylmälaukku}}}{U_{\text{akku}} \cdot \frac{Q_{\text{akku, max}} - Q_{\text{akku}}}{\Delta t}} \\ \Delta t &= \frac{U_{\text{akku}} \cdot (Q_{\text{akku, max}} - Q_{\text{akku}}) \cdot \eta}{P_{\text{kylmälaukku}}} \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)} \end{aligned}$$

Sijoitetaan lukuarvot:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{12 \text{ V} \cdot (216\,000 \text{ As} - 43\,200 \text{ As}) \cdot 0,87}{35 \text{ W}} \\ &= 51543,7714 \dots \text{ s} \\ &= 14,3177 \dots \text{ h} \\ &\approx 14 \text{ h} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} \end{aligned}$$

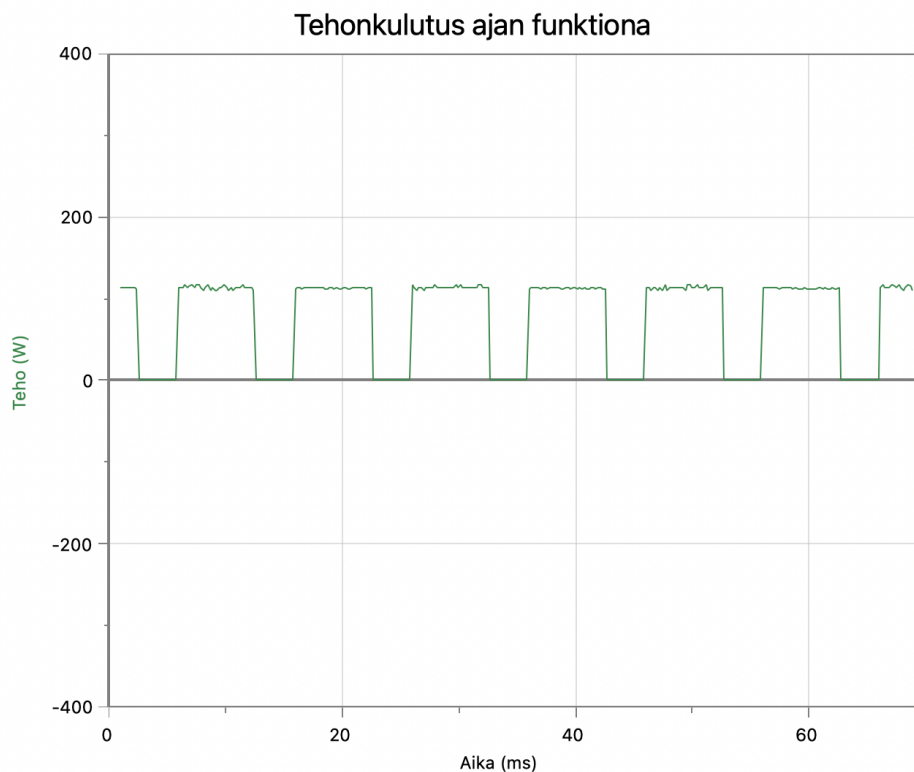
Vastaus: Auton akun varaustila laskee täydestä 20 prosenttiin noin 14 tunnissa.

11.2 Kylmälaukun kuluttama sähköteho on

$$P = UI.$$

Lasketaan kullakin ajanhetkellä kylmälaukun kuluttama sähköteho jännitteen ja virran tulona. 2 p. (yht. 6 p.) **LoggerPro-ohjelmassa tämä voidaan tehdä muodostamalla uusi laskettu sarake.**

Piirretään sähköteho ajan funktiona.



2 p. (yht. 8 p.)

Kylmälaukun kuluttama energia on

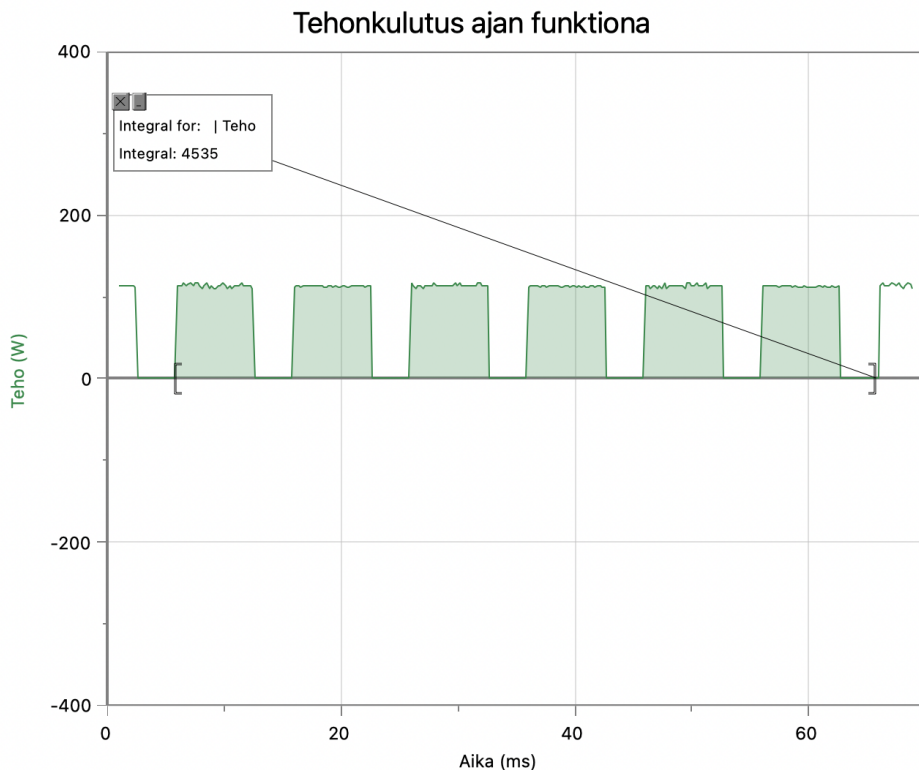
$$E = Pt,$$

joten se voidaan määrittää kuvaajan ja vaaka-akselin väliin jäävänä fysikaalisena pinta-alana. Kun tämä kylmälaukun kuluttama energia jaetaan aikavälin pituudella, saadaan keskimääräinen tehonkulutus. 1 p. (yht. 9 p.)

Kuvaajasta huomataan, että teho muuttuu jaksollisesti. Toisin sanoen tehon kuvaaja voidaan muodostaa yhtä jaksoa toistamalla. Tästä syystä selvittämällä yhden jakson keskiarvo saadaan selville tehon keskiarvo millä tahansa aikavälillä. Fysikaalinen pinta-ala tulee siis laskea sellaiselta aikaväliltä, joka sisältää vain kokonaisia jaksoja, eli yhtä monta huippua ja minimiä. 1 p. (yht. 10 p.)

Vaikka keskimääräinen teho voidaan selvittää yhden jakson (yhden huipun ja yhden minimin) keskiarvona, valitaan kuvaajalta kuitenkin mahdollisimman pitkä, kokonaisia jaksoja sisältävä aikaväli suhteellisen mittausvirheen minimoimiseksi. 1 p. (yht. 11 p.)

LoggerPro-ohjelmassa pinta-ala voidaan määrittää integraalitoiminnolla.



Kuvaajan ja vaaka-akselin väliin jäävän fysikaalisen pinta-alan perusteella energia on noin 4535 mJ ja vastaavan aikavälin 5,72 ms . . . 65,93 ms pituus on noin 60,21 ms. 1 p. (yht. 12 p.)

Keskimääräiseksi tehonkulutukseksi saadaan siis

$$\begin{aligned}
 P_{\text{keskimääräinen}} &= \frac{E}{\Delta t} \\
 &= \frac{4535 \text{ mJ}}{60,21 \text{ ms}} \\
 &= 75,3197 \dots \text{ W} \\
 &= 75 \text{ W} \quad (2 \text{ p. (yht. 14 p.)})
 \end{aligned}$$

Vastaus: Kylmälaukun keskimääräinen tehonkulutus on noin 75 W.

- 11.3 Kylmälaukun viilennysteho on sitä suurempi, mitä enemmän lämpöä kylmälaukusta poistetaan ympäristöön aikayksikköä kohden. Kylmälaukkuun tai kylmälaukusta voi virrata lämpöä kolmesta syystä: Peltier-elementti siirtää lämpöä kylmälaukusta ympäristöön, osa Peltier-elementin käyttämästä sähköenergiasta muuttuu lämmöksi, ja tästä lämmöstä osa siirtyy kylmälaukkuun. Lisäksi lämpöä voi johtua kylmälaukun seinämän läpi ympäristöstä kylmälaukkuun.

Tarkastellaan ensin Peltier-elementin siirtämää ja tuottamaa lämpöä. Aineiston perusteella Peltier-elementin ympäristöön siirtämän lämmön määrä on

$$Q_p = P_p I t. \quad (1)$$

Toisaalta Peltier-elementti tuottaa lämmön

$$Q_h = R I^2 t, \quad (2)$$

joka siirtyy sekä kylmälaukkuun että ympäristöön. Kylmälaukku toimii sitä paremmin, mitä suurempi Q_p on ja mitä pienempi Q_h on.

Yhtälöiden (1) ja (2) perusteella sähkövirta vaikuttaa sekä elementin tuottaman lämmön että siirtyvän lämmön suuruuteen. (1 p. (yht. 15 p.)) Koska siirtyvä lämpö on suoraan verrannollinen sähkövirran suuruuteen, mutta elementin tuottama lämpö on suoraan verrannollinen sähkövirran toiseen potenssiin, sähkövirran kasvattaminen kasvattaa Peltier-elementin tuottaman lämmön määrää enemmän kuin Peltier-elementin siirtämän lämmön määrää tiettyä rajaa suuremmilla virran arvoilla. Näin ollen sähkövirran kasvattaminen heikentää viilennystehoa.

(2 p. (yht. 17 p.))

Lisäselitys: Sähkövirran kasvattaminen pienillä sähkövirran arvoilla ei suoraan heikennä viilennystehoa, vaan elementin resistanssi ja Peltierin vakio määräävät, milloin sähkövirran kasvattaminen kasvattaa elementissä muodostuvan lämmön määrää enemmän kuin elementin siirtämän lämmön määrää.

Tarkastellaan seuraavaksi lämmön johtumista kylmälaukun seinän läpi. Lämpö virtaa spontaanisti kuumasta kylmään. Koska lämmön virtaaminen lämpimästä kylmään vähentää nettovirtausta kylmästä lämpimään, viilennysteho on sitä pienempi, mitä enemmän lämpöä johtuu Peltier-elementin läpi. 1 p. (yht. 18 p.) Peltier-elementissä on vain ohut eristekerros ja lisäksi hyvin lämpöä johtava kupariliuska, jotka edesauttavat lämmön johtumista. Lisäksi lämpö johtuu sitä tehokkaammin mitä suurempi lämpötilaero seinämän eri puolilla on. Kylmälaukun viilennystehoa heikentävät siis elementin lämpöä johtavat materiaalit, ohut rakenne sekä mahdollinen suuri lämpötilaero seinän eri puolien välillä. 2 p. (yht. 20 p.)

Pistetyksestä:

- Selitetty sähkövirran vaikutus Peltier-elementin siirtämään lämpöön ja muodostuvaan hukkalämpöön = 1 p,
- Päätelty lausekkeiden avulla, miten virran suuruus vaikuttaa viilennystehoon = 2 p,
- Selitetty, miten lämmön johtuminen ympäristöstä kylmälaukkuun vaikuttaa viilennystehoon = 1 p,
- Selitetty, mitkä ovat lämmön johtumiseen (johtumistehoon) vaikuttavat oleelliset tekijät = 2 p, -1 p / puuttuva oleellinen tekijä, kuitenkin vähintään 0 p.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!