

Yo-mallivastaukset



Syksy 2022
Fysiikka

Tiesitkö tämän?

Mafylaiset veivät
vuoden 2022
haussa

72%

kaikista lääkiksen
pääsykoekiintön paikoista.

60%

Pk-seudun lukioista
käyttää **Mafynettiä**.

Mafynetti

Mallivastausten tekijät:

Malliratkaisujen laatimisesta vastaa MAFY:n oppimateriaalitiimi, jonka päätehtävä on laatia ja kehittää MAFY:n lukioon tarkoitettuja oppimateriaaleja.

Oppimateriaalitiimistä mukana olivat Antti Suominen, Sakke Suomalainen, Timo Kalinainen, Jaakko Alasuvanto ja Linnea Tokola. Lisäksi työn tukena olivat Tuomas Hauvala ja Matti Virolainen.

Mafy oppimateriaalit

Olemme Helsingissä, Tampereella ja Jyväskylässä toimiva, matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen ja oppimateriaaleihin erikoistunut yritys.

Palveluitamme ovat:

- Mafynetti – sähköinen oppimateriaali
- Lääketieteellisen valmennuskurssit
- Kauppatieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- Yo-kokeisiin valmentavat kurssit

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kurseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

Käyttöehdot

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata osoitteesta www.mafy.fi. Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseillasi.

Nämä mallivastaukset ovat MAFY Oy:n omaisuutta.

MAFY Oy:n yhteystiedot:

<https://mafy.fi/yhteydenotto>

Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

Linkit malliratkaisuihin

Ratkaisu tehtävään 1	2
Ratkaisu tehtävään 2	12
Ratkaisu tehtävään 3	17
Ratkaisu tehtävään 4	21
Ratkaisu tehtävään 5	24
Ratkaisu tehtävään 6	28
Ratkaisu tehtävään 7	31
Ratkaisu tehtävään 8	35
Ratkaisu tehtävään 9	38
Ratkaisu tehtävään 10	46
Ratkaisu tehtävään 11	55

Malliratkaisut päivitetty 28. syyskuuta 2022 klo. 13:30.

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa 1.1–1.10 oikea vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

Osatehtävissä 1.1–1.3 tarkastellaan tilannetta, jossa lapsi hyppii trampoliinilla tehden jatkuvasti samanlaisia hyppyjä ilmaan.

1.1 Kun lapsen jalat koskettavat alastulossa trampoliinin pintaa, trampoliini alkaa hidastaa lapsen vauhtia. Mikä seuraavista väittämistä pätee tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Lapsi kohdistaa trampoliiniin suuremman voiman kuin trampoliini lapseen.
- ☐ Lapsi ja trampoliini eivät kohdistavoimaa toisiinsa.
- ☐ Lapsi kohdistaa trampoliiniin pienemmän voiman kuin trampoliini lapseen.
- ☐ Lapsi ja trampoliini kohdistavat toisiinsa saman suuruiset voimat.



1.2 Trampoliinin venymä on suurimmillaan ja lapsen liikkeen suunta on juuri vaihtumassa. Mikä seuraavista väittämistä pätee tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Trampoliini ei kohdistalapseen voimaa.
- ☐ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on yhtäsuuri kuin lapsen paino.
- ☐ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on suurempi kuin lapsen paino.
- ☐ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on pienempi kuin lapsen paino.



1.3 Lapsi on noussut ilmaan uuteen hyppyyn. Mikä seuraavista väittämistä kuvaa parhaiten lapsen liikettä trampoliinista irtoamisen jälkeen? (2 p.)

- ☐ Lapsen nopeus pienenee.
- ☐ Lapsen nopeus pysyy vakiona.
- ☐ Lapsen nopeus kasvaa hetken ja alkaa sitten pienentyä.
- ☐ Lapsen nopeus on hetken vakio ja alkaa sitten pienentyä.



1.4 Kun kaksi metallikappaletta on kosketuksissa toistensa kanssa, havaitaan että niiden välillä ei siirry energiaa lämpönä. Mikä seuraavista väittämistä pitää **varmasti** paikkansa tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Kappaleilla on yhtä suuret massat.
- ☐ Kappaleilla on yhtä suuret lämpökapasiteetit.
- ☐ Kappaleet on valmistettu samasta materiaalista.
- ☐ Kappaleilla on sama lämpötila.

1.5 Mitä eroa on veden kiehumisella ja veden höyrystymisellä? (2 p.)

- ☐ Kiehumista tapahtuu vain kiehumispisteessä, höyrystymistä myös alemmissa lämpötiloissa.
- ☐ Kiehumista voi tapahtua missä tahansa paineessa, mutta höyrystymistä vain, jos ilmanpaine ympärillä on enintään 1 013,25 hPa.
- ☐ Ei mitään eroa, ne ovat saman ilmiön kaksi eri nimitystä.
- ☐ Höyrystynyt vesi tiivistyy välittömästi takaisin nesteeksi, mutta kiehunut vesi jää kaasumaiseen olomuotoon.

1.6 Miten sähköstaattinen pölyhuiska saa sähkövarauksensa? (2 p.)



- ☐ Huiskan liikutteleminen maan magneettikentässä indusoi huiskaan sähkövarauksen.
- ☐ Huiskassa oleva paristo varaa huiskan.
- ☐ Huiska varataan pysyvästi jo valmistusvaiheessa.
- ☐ Huiskan kuidut hankaavat toisiaan ja puhdistettavaa pintaa, mikä aiheuttaa varautumisen.

1.7 Miksi sähköstaattinen pölyhuiska vetää puoleensa ilmassa leijuvia pölyhiukkasia? (2 p.)

- ☐ Huiska saa sähkövaraukset jakautumaan pölyhiukkasissa epätasaisesti.
- ☐ Huiskalla ja pölyhiukkasilla on samanmerkkiset sähkövaraukset.
- ☐ Huiskan indusoima magneettikenttä vaikuttaa pölyhiukkasiin.
- ☐ Huiska vetää suuremman massansa takia pölyhiukkasia puoleensa.

1.8 Pienellä nappimagneetilla voi kiinnittää jääkaapin oveen yhden paperiarkin mutta ei kymmenen paperiarkin nippua. Mikä seuraavista on merkittävin syy tähän? (2 p.)

- ☐ Paperi heikentää voimakkaasti nappimagneetin kenttää.
- ☐ Nappimagneetin magneettikenttä heikkenee nopeasti etäisyyden kasvaessa.
- ☐ Magneettikenttä hajaantuu paperiarkkien ja ilman rajapinnoissa.
- ☐ Paperiarkkien välissä oleva ilma heikentää voimakkaasti nappimagneetin kenttää.

1.9 Auringonvalo osuu metallilevyyn lämmittäen sitä. Mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa energian siirtyessä valosta metallilevyyn? (2 p.)

- ☐ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn intensiteetti.
- ☐ Energiaa siirtyy jatkuvana virtana, jonka voimakkuuden määräävät säteilyn intensiteetti ja aallonpituus.
- ☐ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn etenemisnopeus.
- ☐ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn aallonpituus.

1.10 Mikä seuraavista väittämistä pätee atomiytimen radioaktiivisessa hajoamisessa? (2 p.)

- ☐ Kokonaissähkövaraus, kokonaisenergia ja kokonaisliikemäärä säilyvät.
- ☐ Vain kokonaissähkövaraus ja kokonaisenergia säilyvät.
- ☐ Vain kokonaissähkövaraus säilyy.
- ☐ Vain kokonaisenergia ja kokonaisliikemäärä säilyvät.

Ratkaisu.

1.1 Kun lapsen jalat koskettavat alastulossa trampoliinin pintaa, trampoliini alkaa hidastaa lapsen vauhtia. Mikä seuraavista väittämistä pätee tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Lapsi kohdistaa trampoliiniin suuremman voiman kuin trampoliini lapseen.
- ☐ Lapsi ja trampoliini eivät kohdistu voimaa toisiinsa.
- ☐ Lapsi kohdistaa trampoliiniin pienemmän voiman kuin trampoliini lapseen.
- ☒ Lapsi ja trampoliini kohdistavat toisiinsa saman suuruiset voimat. 2 p. (yht. 2 p.)



Kun jalat koskettavat trampoliinin pintaa, jalat ja trampoliinin pinta ovat keskenään vuorovaikutuksessa ja kohdistavat toisiinsa voimat.

Voiman ja vastavoiman lain (Newtonin 3. laki) mukaan kappaleen A kohdistaa voiman kappaleeseen B, kappale B kohdistaa yhtä suuren, mutta vastakkais-suuntaisen voiman kappaleeseen A.

Jalkojen ja trampoliinien toisiinsa kohdistamat voimat ovat siis keskenään saman suuruiset.

1.2 Trampoliinin venymä on suurimmillaan ja lapsen liikkeen suunta on juuri vaihtumassa. Mikä seuraavista väittämistä pätee tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Trampoliini ei kohdistu lapseen voimaa.
- ☐ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on yhtä suuri kuin lapsen paino.
- ☒ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on suurempi kuin lapsen paino. 2 p. (yht. 4 p.)
- ☐ Trampoliinin lapseen kohdistama voima on pienempi kuin lapsen paino.



Niin kauan kun jalat ja trampoliini koskettavat, ne kohdistavat toisiinsa voimat.

Jos trampoliinin kohdistama voima olisi yhtä suuri kuin lapsen paino, lapsella ei olisi kiihtyvyyttä. Tällöin lapsen pitäisi jäädä paikalleen, mutta näin ei trampoliinilla hypittäessä käy - alimmasta asemasta ponnahdetaan ylöspäin.

Jos trampoliinin kohdistama voima olisi pienempi kuin lapsen paino, lapsen kiihtyvyys olisi alaspain eli nopeuden suunta ei olisikaan vaihtumassa ylöspäin.

Trampoliinin kohdistaman voiman täytyy olla suurempi kuin lapsen paino, jotta lapsi saa kiihtyvyyden ylöspäin.

1.3 Lapsi on noussut ilmaan uuteen hyppyyn. Mikä seuraavista väittämistä kuvaa parhaiten lapsen liikettä trampoliinista irtoamisen jälkeen? (2 p.)

- ☒ Lapsen nopeus pienenee. 2 p. (yht. 6 p.)
- ☐ Lapsen nopeus pysyy vakiona.
- ☐ Lapsen nopeus kasvaa hetken ja alkaa sitten pienentyä.
- ☐ Lapsen nopeus on hetken vakio ja alkaa sitten pienentyä.



Lapsen irrottua trampoliinista lapseen vaikuttaa vain alaspain osoittava painovoima, joka aiheuttaa lapselle kiihtyvyyden alaspäin. Juuri trampoliinista irtoamisen jälkeen lapsen nopeuden suunta on ylöspäin, ja kiihtyvyyden suunta siis alaspäin. Näin ollen lapsen nopeus pienenee juuri trampoliinista irtoamisen jälkeen.

1.4 Kun kaksi metallikappaletta on kosketuksissa toistensa kanssa, havaitaan että niiden välillä ei siirry energiaa lämpönä. Mikä seuraavista väittämistä pitää **varmasti** paikkansa tilanteessa? (2 p.)

- ☐ Kappaleilla on yhtä suuret massat.
- ☐ Kappaleilla on yhtä suuret lämpökapasiteetit.
- ☐ Kappaleet on valmistettu samasta materiaalista.

- Kappaleilla on sama lämpötila. 2 p. (yht. 8 p.)

Kun kaksi kappaletta ovat keskenään termodynaamisessa tasapainossa, niiden välillä ei siirry energiaa lämpönä. Termodynaaminen tasapaino tarkoittaa, että kappaleilla on sama lämpötila.

1.5 Mitä eroa on veden kiehumisella ja veden höyrystymisellä? (2 p.)

- Kiehumista tapahtuu vain kiehumispisteessä, höyrystymistä myös alemmissa lämpötiloissa. 2 p. (yht. 10 p.)
- Kiehumista voi tapahtua missä tahansa paineessa, mutta höyrystymistä vain, jos ilmanpaine ympärillä on enintään 1 013,25 hPa.
- Ei mitään eroa, ne ovat saman ilmiön kaksi eri nimitystä.
- Höyrystynyt vesi tiivistyy välittömästi takaisin nesteeksi, mutta kiehunut vesi jää kaasumaiseen olomuotoon.

Höyrystyminen tarkoittaa yleisesti olomuodon muutosta nesteestä kaasuksi. Kiehumisen tarkoittaa sitä, kun neste on kiehumispisteen lämpötilassa ja höyrystymistä tapahtuu kaikkialla nesteessä. Haihtuminen puolestaan on ilmiö, jossa neste on kiehumispistettä alemmassa lämpötilassa ja höyrystymistä tapahtuu vain nesteen pinnalla. Sekä kiehumisen että haihtumisen ovat höyrystymistä.

1.6 Miten sähköstaattinen pölyhuiska saa sähkövarauksensa? (2 p.)



- Huiskan liikutteleminen maan magneettikentässä indusoi huiskaan sähkövarauksen.
- Huiskassa oleva paristo varaa huiskan.
- Huiska varataan pysyvästi jo valmistusvaiheessa.
- Huiskan kuidut hankaavat toisiaan ja puhdistettavaa pintaa, mikä aiheuttaa varautumisen. 2 p. (yht. 12 p.)

Hankautumisesta aiheutuvaa varautumista kutsutaan hankaussähköksi tai staattiseksi sähköksi.

1.7 Miksi sähköstaattinen pölyhuiska vetää puoleensa ilmassa leijuvia pölyhiukkasia? (2 p.)

- ☒ Huiska saa sähkövaraukset jakautumaan pölyhiukkasissa epätasaisesti. 2 p. (yht. 14 p.)
- ☐ Huiskalla ja pölyhiukkasilla on samanmerkkiset sähkövaraukset.
- ☐ Huiskan indusoima magneettikenttä vaikuttaa pölyhiukkasiin.
- ☐ Huiska vetää suuremman massansa takia pölyhiukkasia puoleensa.

Varatun kappaleen aiheuttamaa sähkövarausten epätasaista jakautumista kutsutaan influenssi-ilmiöksi. Pölyhiukkasten ja huiskan välillä vaikuttava painovoima vetää kyllä myös hiukkasia ja huiskaa toisiinsa, mutta sen vaikutus on merkityksettömän pieni.

1.8 Pienellä nappimagneetilla voi kiinnittää jääkaapin oveen yhden paperiarkin mutta ei kymmenen paperiarkin nippua. Mikä seuraavista on merkittävin syy tähän? (2 p.)

- ☐ Paperi heikentää voimakkaasti nappimagneetin kenttää.
- ☒ Nappimagneetin magneettikenttä heikkenee nopeasti etäisyyden kasvaessa. 2 p. (yht. 16 p.)
- ☐ Magneettikenttä hajaantuu paperiarkkien ja ilman rajapinnoissa.
- ☐ Paperiarkkien välissä oleva ilma heikentää voimakkaasti nappimagneetin kenttää.

Ilma tai paperi ei heikennä magneettikenttää tehokkaasti. Etäisyys jääkaapin ja magneetin välillä sen sijaan on vaikuttaa merkittävästi magneettisen voiman suuruuteen.

Etäisyyden vaikutusta voi myös kokeilla kotona, jos omistaa jääkaappimagneetin. Jos magneetti on liian kaukana jääkaapista kun siitä päästää irti, se putoaa lattialle, mutta riittävän lähellä jääkaappia se kiinnittyy kaapin oveen.

1.9 Auringonvalo osuu metallilevyyn lämmittäen sitä. Mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa energian siirtyessä valosta metallilevyyn? (2 p.)

- ☐ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn intensiteetti.

- ☐ Energiaa siirtyy jatkuvana virtana, jonka voimakkuuden määräävät säteilyn intensiteetti ja aallonpituus.
- ☐ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn etenemisnopeus.
- ☒ Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn aallonpituus.

2 p. (yht. 18 p.)

Sähkömagneettisen säteilyn energia on kvantittunut, eli se ei siirry jatkuvana virtana, vaan yksittäisinä paketteina. Sähkömagneettisen säteilyn intensiteetti riippuu kvanttien määrästä, joten se ei määrää yksittäisen kvantin energiaa. Sähkömagneettisen säteilyn kvanteilla voi olla hyvin eri suuruiset energiat, vaikka niiden nopeudet olisivat samat.

Kvantin energia lasketaan kaavasta $E = hf$, missä h on Planckin vakio ja f säteilyn taajuus. Kvanttien energian määrää siis taajuus. Tyhjiössä sähkömagneettisen säteilyn nopeus on vakio: valonnopeus c . Tällöin aaltoliikkeen perusyhtälöstä $c = f\lambda$ saadaan $f = \frac{c}{\lambda}$, jolloin energian lausekkeeksi tulee $E = \frac{hc}{\lambda}$. Tyhjiössä siis kvantin energian määrää aallonpituus.

Jos kahdella kvantilla on keskenään yhtä suuri energia, ja ne kulkevat eri väliaineissa (tai toinen tyhjiössä ja toinen väliaineessa), niillä on eri aallonpituudet. Jos tarkastellaan valon kulkua eri väliaineissa, ei ole siis täsmälleen oikein sanoa, että aallonpituus määrää energian. Väite on kuitenkin tosi, kun tarkastellaan tyhjiötä tai vain yhtä väliainetta.

Vaihtoehto "Energiaa siirtyy kvantteina, joiden suuruuden määrää säteilyn aallonpituus." on siis vastauksista eniten oikein.

1.10 Mikä seuraavista väittämistä pätee atomiytimen radioaktiivisessa hajoamisessa? (2 p.)

- ☒ Kokonaissähkövaraus, kokonaisenergia ja kokonaisliikemäärä säilyvät.
- ☐ Vain kokonaissähkövaraus ja kokonaisenergia säilyvät.
- ☐ Vain kokonaissähkövaraus säilyy.
- ☐ Vain kokonaisenergia ja kokonaisliikemäärä säilyvät.

2 p. (yht. 20 p.)

Tehtävässä ”kokonais” -etuliitteellä viitataan siihen systeemiin, joka käsittää kaikki ytimen radioaktiiviseen hajoamiseen osallistuvat ja siitä syntyvät osat. Systemi ei siis vuorovaikuta ympäristön kanssa, joten sähkövarauksen, energian ja liikemäärän täytyy säilyä.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

2. Astronautin hyppy (15 p.)

Aineisto:

2.A [Video: Astronautti John Youngin hyppy](#)

2.B [Mittausaineisto: Astronautin repun yläosan etäisyys Kuun pinnasta ajan funktiona](#)

Astronautti John Young hyppäsi vuonna 1972 Kuun pinnalla lähes pystysuoran hypyn ylöspäin. Videoidusta hypystä (video [2.A](#)) määritettiin astronautin repun yläosan etäisyys Kuun pinnasta ajan funktiona (mittausaineisto [2.B](#)).

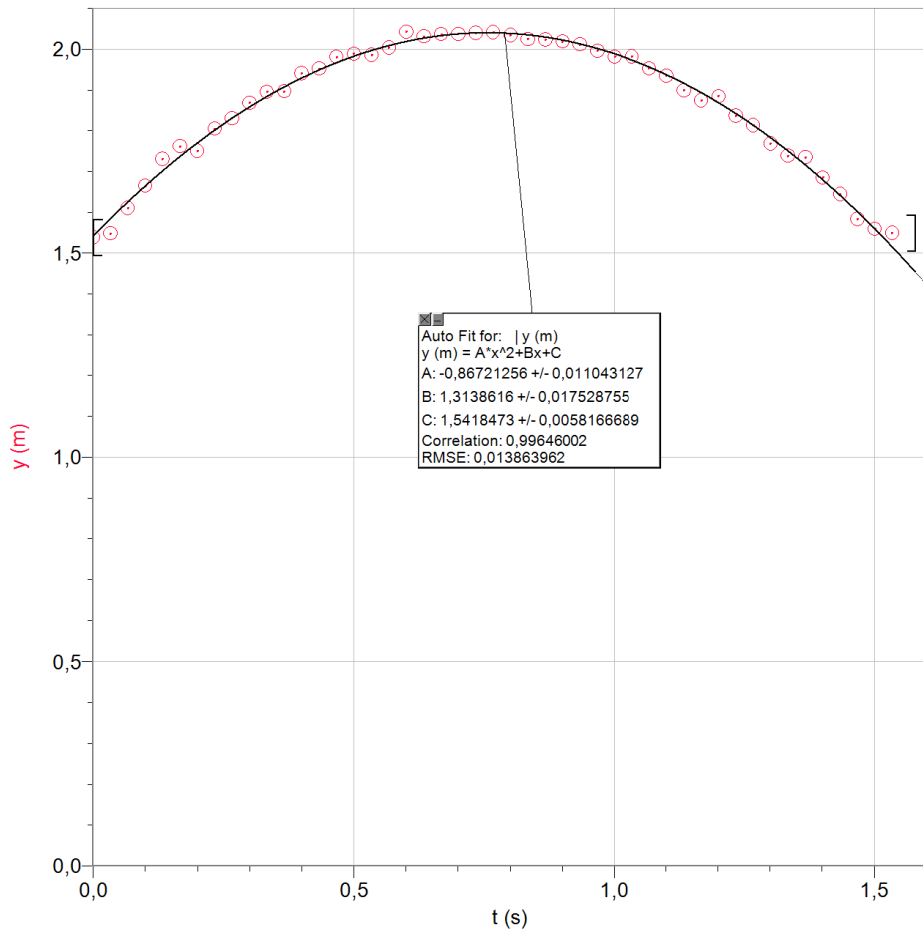
2.1 Laadi graafinen esitys määritetystä etäisyydestä ajan funktiona. Esityksessä tulee näkyä mittauspisteet ja niihin sopiva, fysikaalisen mallin mukainen sovite. Mistä liikkeen mallista on kyse? (7 p.)

2.2 Millä ajanhetkellä John Young on hyppynsä korkeimmassa kohdassa? (2 p.)

2.3 Määritä aineiston perusteella putoamiskiihtyvyys Kuun pinnalla. (6 p.)

Ratkaisu.

2.1 Astronauttiin vaikuttaa hyvällä tarkkuudella vain Kuun painovoima, joka on likimain vakio. Näin ollen liike on tasaisesti kiihtyvää liikettä. Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kiihtyvyyden suuntainen paikka ajan funktiona on toisen asteen polynomifunktio, eli paraabeli. 2 p. (yht. 2 p.)



5 p. (yht. 7 p.)

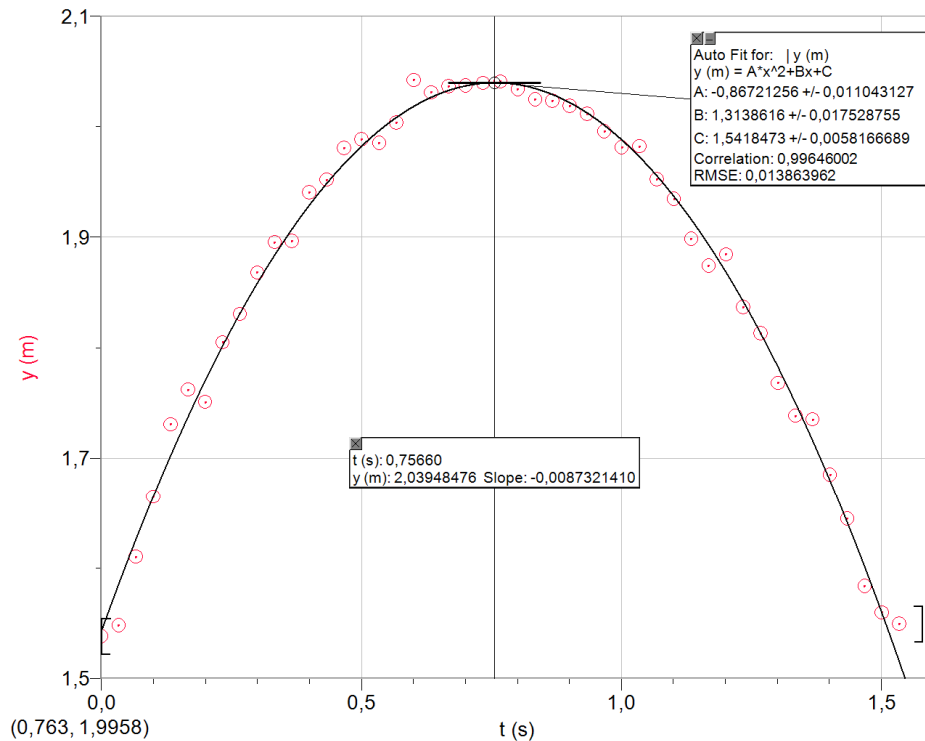
Pisteytyksestä:

- Oikein tehty kuvaaja = 5 p,
- Akseliilta puuttuu suure tai yksikkö = -1 p / puute,
- Erillisten mittauspisteiden sijaan on piirretty murtoviiva = -2 p,
- Sovite puuttuu kokonaan tai on selvästi virheellinen = -2 p,
- Sovite on likimain oikean näköinen, mutta ei perustu fysikaaliseen malliin (tasaisesti kiihtyvä liike) = -1 p,
- Sovite on muuten oikein, mutta on tehty vain osan mittauspisteistä perusteella = -1 p,

2.2

Ratkaisuvaihtoehto 1

Suurimman korkeuden kohdalla sovitteelle piirretty tangenti on vaakasuora.



1 p. (yht. 1 p.)

Sovitteen perusteella korkeus on suurin hetkellä $t = 0,756 \dots s \approx 0,76 s$.

1 p. (yht. 2 p.)

Vastaus: Young on hyppynsä korkeimmassa kohdassa hetkellä $t = 0,76 s$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Korkeus on suurin sillä ajan arvolla, millä sovitefunktio saa suurimman arvonsa. Etsitään huippukohta laskinohjelman toiminnolla.

$$f(x) := -0.86721256 \cdot x^2 + 1.3138616 \cdot x + 1.5418473 \quad \triangleright \text{Valmis}$$
$$f_{\text{Max}}(f(x), x) \quad \triangleright \quad x = 0.75751993$$

1 p. (yht. 1 p.)

Sovitefunktion perusteella korkeus on suurin hetkellä $t = 0,7575 \dots \text{ s} \approx 0,76 \text{ s}$.

1 p. (yht. 2 p.)

Vastaus: Young on hyppynsä korkeimmassa kohdassa hetkellä $t = 0,76 \text{ s}$.

Huippukohdan voi ratkaista myös esimerkiksi seuraavin tavoin:

1. derivoimalla sovitefunktion ja ratkaisemalla derivaatan nollakohdan,
2. ratkaisemalla sovitefunktion nollakohdat ja paraabelin ominaisuuksiin vedoten laskemalla huippukohdan nollakohtien keskiarvona,
3. käyttämällä ohjelman interpolointitoimintoa ja etsimällä silmämääräisesti kohdan, missä korkeus on suurimmillaan.
4. lukemalla suoraan aineistosta, millä ajanhetkellä korkeuden arvo on suurin. Tällä tavalla ei kuitenkaan todennäköisesti saa täysiä pisteitä, koska huippukohdan selvittämisen pitäisi perustua sovitefunktioon eikä yksittäisiin mitauspisteisiin.

2.3

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä paikka ajan funktiona on

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

1 p. (yht. 1 p.)

Kohdan 2.1 mukaan sovitefunktion toisen asteen termin kerroin on $-0,86721 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ratkaistaan kiihtyvyys a .

$$\frac{1}{2}a = -0,86721 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2 \text{ p. (yht. 3 p.)})$$

$$a = 2 \cdot -0,86721 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (1 \text{ p. (yht. 4 p.)})$$

$$= -1,734425 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\approx -1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (1 \text{ p. (yht. 5 p.)})$$

Vastaus: Putoamiskiihtyvyys Kuun pinnalla on $1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (1 p. (yht. 6 p.)

Luultavasti myös pyöristys $1,73 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ hyväksytään.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

3. Vastapainohissi (15 p.)

Aineisto:

3.A [Kuva: Vastapainohissi](#)

Kuva [3.A](#) esittää yksinkertaista vastapainohissiä. Hissikorin ja siinä olevan kuorman yhteismassa on 830 kg ja vastapainon massa 670 kg. Hissikorin ja vastapainon yhdistävä vaijeri ei pääse liukumaan sähkömoottorin akselilla olevalla vetopyörällä. Hissi lähtee liikkeelle ylöspäin, ja sen nopeus kasvaa 1,2 sekunnissa tasaisesti nollasta arvoon 1,6 m/s.

3.1 Määritä hissivaijerin hissikoriin ja vastapainoon kiihdytyksen aikana kohdistamat voimat. (9 p.)

3.2 Kuinka suuria ovat hissien nopeus ja moottorin tuottama mekaaninen teho, kun hissien liikkeellelähdestä on kulunut 0,80 sekuntia? (6 p.)

Ratkaisu.

3.1

$$m_h = 830 \text{ kg}$$

$$m_v = 670 \text{ kg}$$

$$\Delta v = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = 1,2 \text{ s}$$

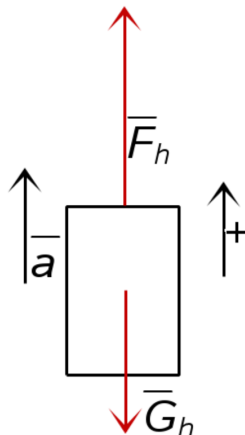
$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Hissin ja vastapainon kiihtyvyys on

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1,333 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

1 p. (yht. 1 p.)

Piirretään hissien voimakuvio.



1 p. (yht. 2 p.)

Newtonin 2. lain nojalla

$$\sum \vec{F} = m_h \vec{a}$$

$$\vec{F}_h + \vec{G}_h = m_h \vec{a}$$

$$F_h - G_h = m_h a$$

1 p. (yht. 3 p.)

$$F_h - m_h g = m_h a$$

$$F_h = m_h a + m_h g$$

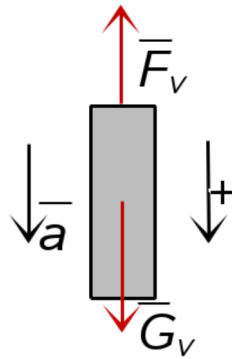
1 p. (yht. 4 p.)

$$F_h = 9248.96 \dots \text{ N}$$

$$\approx 9,2 \text{ kN}$$

1 p. (yht. 5 p.)

Piirretään vastapainon voimakuvio.



1 p. (yht. 6 p.)

Newtonin 2. lain nojalla

$$\sum \bar{F} = m_v \bar{a}$$

$$\bar{F}_v + \bar{G}_v = m_v \bar{a}$$

$$-F_v + G_v = m_v a \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

$$-F_v + m_v g = m_v a$$

$$F_v = m_v g - m_v a \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}$$

$$F_v = 5679.36 \dots \text{ N}$$

$$\approx 5,7 \text{ kN} \quad \text{1 p. (yht. 9 p.)}$$

Vastaus: Vaijeri kohdistaa hissikoriin 9,2 kN voiman ja vastapainoon 5,7 kN voiman.

3.2 Lasketaan vaijerin nopeus (sama kuin hissien ja vastapainon), kun liikkeellelähdestä on kulunut $t = 0,80 \text{ s}$. Liike on tasaisesti kiihtyvää, joten nopeus on

$$v = at = 1,0666 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

Moottorin kohdalla olevaan vaijeriin vaikuttaa hissikorin aiheuttama jännitysvoima $\vec{F}_{h2}$ kohti hissikoria, vastapainon aiheuttama jännitysvoima $\vec{F}_{v2}$ kohti vastapainoa, sekä moottorin kohdistama voima $\vec{F}$ vastapainon suuntaan. Piirretään voimakuvio.



1 p. (yht. 2 p.)

Oletetaan vaijerin olevan niin kevyt, että sen massa voidaan jättää huomiotta. Tällöin Newtonin 2. lain nojalla

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{F}_{h2} + \vec{F}_{v2} + \vec{F} \cdot \vec{a} \\ -F_{h2} + F_{v2} + F &= 0\end{aligned}$$

Newtonin 3. lain nojalla $F_{h2} = F_h$ ja $F_{v2} = F_v$.

$$-F_h + F_v + F = 0 \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

$$\begin{aligned}F &= F_h - F_v \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} \\ &= 3569,6 \text{ N}\end{aligned}$$

Moottorin tuottama mekaaninen teho on siis

$$\begin{aligned}P &= Fv \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)} \\ &= 3807,57 \dots \text{ W} \\ &\approx 3,8 \text{ kW.} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}\end{aligned}$$

Vastaus: Moottorin tuottama mekaaninen teho on 3,8 kW.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

4. Kirurginen polttolaite (15 p.)

Aineisto:

4.A [Kuva: Bipolaarinen kirurginen polttolaite](#)

Kirurgista diatermialaitetta eli polttolaitetta käytetään muun muassa luomien poistossa sekä verenvuotojen tyrehtyttämisessä. Polttoprosessissa laitteella johdetaan korkeataajuuksista vaihtovirtaa kudosalueen läpi, jolloin kudος käyttäytyy vaihtovirran korkean taajuuden takia vastuksen tavoin. Kuvassa [4.A](#) on esitetty bipolaarinen diatermialaite. Tarkastellaan kirurgista toimenpidettä, jossa käytettävä diatermialaite tuottaa sinimuotoista vaihtovirtaa 58 watin teholla.

- 4.1 Toimenpiteessä lämmitetään ensin 1,1 g kudοςnestettä ruumiinlämmöstä (37 °C) kiehumispisteeseen. Tämän jälkeen 0,40 g tästä kudοςnesteestä höyrystyy. Kuinka kauan toimenpide kestää? Kudοςneste on pääosin vettä. (7 p.)
- 4.2 Tehollinen sähkövirta kudoksessa on 0,45 ampeeria. Kuinka suuri on jännitteen huippuarvo? (5 p.)
- 4.3 Kuinka suuri on poltettavan kudosalueen resistanssi toimenpiteen aikana? (3 p.)

Ratkaisu.

4.1

$$P = 58 \text{ W}$$

$$m_n = 1,1 \text{ g} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$T_1 = 37^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 100^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 63^\circ\text{C}$$

$$m_h = 0,40 \text{ g} = 0,40 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$c = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$r = 2260 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Kudosnesteen lämpenemisessä vastaanottama lämpömäärä on

$$Q_1 = cm_n \Delta T \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

Kudosnesteen höyrystymisessä vastaanottama lämpömäärä on

$$Q_2 = rm_h. \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

Oletetaan lämpövuodot vähäisiksi. Tällöin laitteen luovuttama energia $E = Pt$ 2 p. (yht. 4 p.) on energian säilymisen nojalla yhtä suuri kuin kudosnesteen yhteensä vastaanottama energia, eli

$$Pt = Q_1 + Q_2$$

$$Pt = cm_n \Delta T + rm_h \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

$$t = \frac{cm_n \Delta T + rm_h}{P} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

$$t = 20,592 \dots \text{ s}$$

$$\approx 21 \text{ s} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)}$$

Vastaus: Toimenpide kestää 21 sekuntia.

4.2 Oletetaan tehtävänannon mukaan, että kudos käyttäytyy vastuksen tavoin. Tällöin vaihe-eroa ei tarvitse huomioida.

$$I_{eff} = 0,45 \text{ A}$$

Ratkaistaan tehollinen jännite sähkötehon kaavasta.

$$P = U_{eff} I_{eff}$$

$$U_{eff} = \frac{P}{I_{eff}} \quad \text{2 p. (yht. 2 p.)}$$

$$U_{eff} = 128,88 \dots \text{ V}$$

Jännite on sinimuotoista 1 p. (yht. 3 p.), joten huippujännite u_0 saadaan kaavasta

$$U_{eff} = \frac{u_0}{\sqrt{2}}$$

$$u_0 = \sqrt{2} \cdot U_{eff} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

$$u_0 = 182,27 \dots \text{ V}$$

$$u_0 \approx 180 \text{ V.} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

Vastaus: Jännitteen huippuarvo on 180 V.

- 4.3 Oletetaan tehtävänannon mukaan, että kudos käyttäytyy vastuksen tavoin ja että resistanssi pysyy toimenpiteen aikana vakiona. Tällöin resistanssi saadaan Ohmin laista. 1 p. (yht. 1 p.)

$$U_{eff} = RI_{eff}$$

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

$$R = 286,419 \dots \Omega$$

$$R \approx 290 \Omega \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

Vastaus: Kudosalueen resistanssi toimenpiteen aikana on 290Ω .

5. Varatut kuulat (15 p.)

Kaksi identtistä pientä sähköisesti varattua alumiinikuulaa pidetään aluksi 0,10 metrin etäisyydellä toisistaan. Kuulat vetävät toisiaan puoleensa 1,0 newtonin voimilla. Kuulien annetaan koskettaa toisiaan, minkä jälkeen ne siirretään takaisin 0,10 metrin etäisyydelle. Kuulien väliset voimat ovat edelleen 1,0 newtonia, mutta nyt kuulat hylkivät toisiaan.

5.1 Miksi kuulat vetävät toisiaan puoleensa ennen kosketusta? Miksi kosketus saa kuulat hylkimään toisiaan? (7 p.)

5.2 Määritä, mitkä olivat kuulien varaukset ennen kuin kuulat koskettivat toisiaan. (8 p.)

Ratkaisu.

5.1 Kuulat vetävät toisiaan puoleensa, sillä Coulombin lain mukaan niiden välillä on sähköinen vuorovaikutus. 1 p. (yht. 1 p.) Sähköinen voima on vetovoima, jos varaukset ovat eri merkkiset 1 p. (yht. 2 p.) ja poistovoima, jos varaukset ovat samanmerkkiset. 1 p. (yht. 3 p.) Näin ollen aluksi toisen kuulan on oltava positiivisesti varattu ja toisen negatiivisesti varattu. 1 p. (yht. 4 p.)

Kosketuksen jälkeen kuulat hylkivät toisiaan, joten niillä on samanmerkinen varaus. Koska kuulat ovat identtiset, alkuperäinen nettovaraus jakautuu tasan niiden kesken. 1 p. (yht. 5 p.) Kuulilla on alunperin ollut keskenään erisuuret varaukset, koska varausten tasoittumisen jälkeenkin kummallakin kuulalla on nettovaraus. 2 p. (yht. 7 p.) Jos varaukset olisivat alunperin olleet yhtä suuret mutta vastakaismerkkiset, varaus olisi tasoittunut siten, että kummankin varaus olisi lopulta ollut nolla.

5.2

$$F = 1,0 \text{ N}$$

$$r = 0,10 \text{ m}$$

$$k = 8,987\,551\,787 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Merkitään kuulien varauksia ennen kosketusta q_1 ja q_2 . Alkutilanteessa kuulat vetävät toisiaan puoleensa, joten toinen niistä on positiivisesti varattu ja toinen negatiivisesti varattu. Muodostetaan Coulombin lain mukainen yhtälö. Toinen varauksista on negatiivinen, joten kaavassa voiman on myös oltava negatiivinen.

$$-F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1) \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

Kosketuksessa varaukset tasoittuvat. Kummallekin kuulalle tulee sama varaus. Merkitään uutta varausta q :lla. Koska varaus tasoittuu, molempien kuulien uusi varaus on kuulien alkuperäisten varausten keskiarvo.

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} \quad (2) \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

Varauksen tasoituttua kuulien väliselle voimalle voidaan taas muodostaa Coulombin lain mukainen yhtälö. Tällä kertaa kuulat hylkivät toisiaan, joten ne ovat molemmat positiivisesti varattuja tai molemmat negatiivisesti varattuja, joten kaavassa voiman on oltava positiivinen.

$$F = k \cdot \frac{q^2}{r^2} \quad (3) \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

Ratkaistaan yhtälöistä (1), (2) ja (3) muodostuva yhtälöryhmä laskinohjelmalla. Jos q on negatiivinen, tulokseksi saadaan, että toinen varauksista q_1 ja q_2 on

$$-\sqrt{\frac{F}{k}} \cdot (\sqrt{2} + 1)r \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} = -2,5465 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx -2,5 \mu\text{N}$$

ja toinen on

$$\sqrt{\frac{F}{k}} \cdot (\sqrt{2} - 1)r \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)} = 0,4369 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx 0,44 \mu\text{N}$$

Vastaavasti jos q on positiivinen, tulokseksi saadaan, että toinen varauksista q_1 ja q_2 on

$$\sqrt{\frac{F}{k}} \cdot (\sqrt{2} + 1)r \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)} = 2,5465 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx 2,5 \mu\text{N}$$

ja toinen on

$$-\sqrt{\frac{F}{k}} \cdot (\sqrt{2} - 1)r \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)} = -0,4369 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx -0,44 \mu\text{N}$$

Vastaus: Kuulien varaukset ennen kosketusta olivat joko $-2,5 \mu\text{C}$ ja $0,44 \mu\text{C}$ tai $2,5 \mu\text{C}$ ja $-0,44 \mu\text{C}$. 1 p. (yht. 8 p.)

Ratkaisuvaihtoehto 2

Merkitään kuulien varauksia ennen kosketusta q_1 ja q_2 . Alkutilanteessa kuulat vetävät toisiaan puoleensa, joten toinen niistä on positiivisesti varattu ja toinen negatiivisesti varattu. Muodostetaan Coulombin lain mukainen yhtälö. Toinen varauksista on negatiivinen, joten voiman on myös oltava negatiivinen.

$$F = -k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)} \quad (1)$$

Kosketuksessa varaukset tasoittuvat. Kummallekin kuulalle tulee sama varaus. Merkitään uutta varausta q :lla. Koska varaus tasoittuu, molempien kuulien uusi varaus on kuulien alkuperäisten varausten keskiarvo.

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)} \quad (2)$$

Varauksen tasoituttua kuulien väliselle voimalle voidaan taas muodostaa Coulombin lain mukainen yhtälö. Tällä kertaa kuulat hylkivät toisiaan, joten ne ovat molemmat positiivisesti varattuja tai molemmat negatiivisesti varattuja, joten kaavassa voiman on oltava positiivinen.

$$F = k \cdot \frac{q^2}{r^2} \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)} \quad (3)$$

Ratkaistaan varaus q yhtälöstä (3).

$$q = \pm \sqrt{\frac{F}{k}} \cdot r = \pm 1,0548 \dots \cdot 10^{-6} \text{ N} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

Ratkaistaan varaus q_1 yhtälöstä (2).

$$q_1 = 2q - q_2.$$

Sijoitetaan tämä yhtälöön (1).

$$\begin{aligned} F &= -k \frac{(2q - q_2)q_2}{r^2} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)} \\ -\frac{Fr^2}{k} &= (2q - q_2)q_2 \\ -\frac{Fr^2}{k} &= 2qq^2 - q_2^2 \\ q_2^2 - 2qq_2 - \frac{Fr^2}{k} &= 0 \end{aligned}$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla saadaan

$$q_2 = \frac{2q \pm \sqrt{(-2q)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{Fr^2}{k}\right)}}{2 \cdot 1} \quad \text{1 p (yht. 6 p)}$$

Jos q on positiivinen, saadaan ratkaisuksi:

$$q_2 = 2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 2,5 \mu\text{C} \quad \text{tai} \quad q_2 = -0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx -0,44 \mu\text{C}$$

Jos $q_2 = 2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C}$:

$$q_1 = 2q - q_2 \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)} = -0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx -0,44 \mu\text{C}$$

Jos $q_2 = -0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C}$:

$$q_1 = 2q - q_2 = 2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 2,5 \mu\text{C}$$

Jos q on negatiivinen, saadaan ratkaisuksi:

$$q_2 = -2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx -2,5 \mu\text{C} \quad \text{tai} \quad q_2 = 0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 0,44 \mu\text{C}$$

Jos $q_2 = -2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C}$:

$$q_1 = 2q - q_2 = 0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 0,44 \mu\text{C}$$

Jos $q_2 = 0,436 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C}$:

$$q_1 = 2q - q_2 = -2,546 \dots \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx -2,5 \mu\text{C}$$

Vastaus: Kuulien varaukset ennen kosketusta olivat joko $-2,5 \mu\text{C}$ ja $0,44 \mu\text{C}$ tai $2,5 \mu\text{C}$ ja $-0,44 \mu\text{C}$. 1 p. (yht. 8 p.)

Pisteytyksestä: Kuudes ja seitsemäs piste tulevat siitä, kun on ratkaissut varaukset q_1 ja q_2 tunnettujen suureiden avulla.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

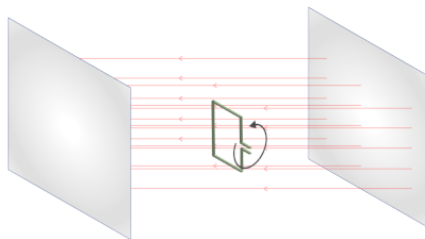
6. Sähkömagneettinen induktio (15 p.)

Aineisto:

6.A [Kuva: Kuvaajat A–H](#)

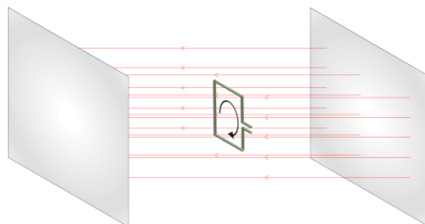
Kaikissa alla olevissa tapauksissa 6.1–6.5 neliön muotoinen johdinsilmukka on äärellisen kokoisessa homogeenisessa magneettikentässä. Valitse kussakin tapauksessa 6.1–6.5 se aineiston [6.A](#) kuvaaja A–H, joka parhaiten kuvaa silmukkaan indusoituvaa sähkövirtaa ajan funktiona. Kukin aineiston kuvaajista voi olla oikea vastaus yhteen, useampaan tai ei yhteenkään osatehtävään.

- 6.1 Silmukkaa pyöritetään vakiokulmanopeudella silmukan pyörimisakselin ollessa kohtisuorassa kenttää vastaan. (3 p.)



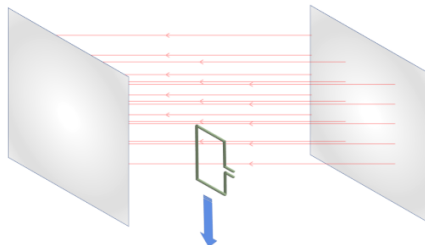
Vastauslaatikon vaihtoehdot: "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H"

- 6.2 Silmukkaa pyöritetään vakiokulmanopeudella silmukan pyörimisakselin ollessa kentän suuntainen. (3 p.)



Vastauslaatikon vaihtoehdot: "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H"

- 6.3 Silmukka on alussa paikallaan magneettikentän alueella. Silmukka päästetään putoamaan vapaasti nuolen suuntaan. (3 p.)



Vastauslaatikon vaihtoehdot: "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H"

6.4 Silmukka on paikallaan. Magneettikenttä häviää äkillisesti. (3 p.)

Vastauslaatikon vaihtoehdot: "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H"

6.5 Silmukka on paikallaan. Magneettikentän magneettivuon tiheys vuoron perään kasvaa ja heikkenee tasaisesti. (3 p.)

Vastauslaatikon vaihtoehdot: "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H"

Ratkaisu.

6.1 A 3 p. (yht. 3 p.)

6.2 H 3 p. (yht. 6 p.)

6.3 F 3 p. (yht. 9 p.)

6.4 G 3 p. (yht. 12 p.)

6.5 C 3 p. (yht. 15 p.)

Perustelut: Silmukkaan indusoituva virta riippuu silmukkaan indusoituvasta jännitteestä ja silmukan resistanssista. Silmukan resistanssi on kaikissa tilanteissa vakio. Indusoituva jännite on $\mathcal{e} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, missä $\Phi = BA$ on silmukan läpi kulkeva magneettivuon, B on magneettivuon tiheys ja A on silmukan pinta-ala.

6.1 Kun silmukka pyörii magneettikentässä, sen magneettikenttää vasten kohtisuorasti oleva pinta-ala muuttuu. Silmukan magneettikenttää vastaan kohtisuora pinta-ala tietyllä hetkellä voidaan esittää muodossa $A_0 \sin \omega t$, missä A_0 on silmukan oikea pinta-ala ja ω on silmukan kulmanopeus. Silmukan pyöriessä sen läpi kulkevan magneettivuon määrä muuttuu sinifunktion muotoisesti joten myös silmukkaan indusoituva jännite (ja virta) on sinimuotoista.

6.2 Silmukan läpi kulkevan magneettivuon Φ määrä ei muutu. Silmukkaan ei siis indusoidu jännitettä eikä siinä siis kulje virtaa.

6.3 Kun silmukka on paikallaan, siihen ei indusoidu jännitettä. Kun silmukka päästetään putoamaan, sen nopeus kasvaa tasaisesti. Niin kauan, kun silmukka on kokonaan magneettikentässä, siihen ei indusoidu jännitettä samasta syystä kuin kohdassa 6.2. Kun silmukka poistuu magneettikentän alaosaan, sen läpi kulkeva magneettivuo muuttuu, sillä vain osa silmukan pinta-alasta on enää magneettikentässä. Mietitään pientä aikaväliä Δt . Tänä aikana silmukka pääsee putoamaan alaspäin matkan Δy verran. Merkitään silmukan vaakasuuntaista leveyttä ℓ :llä, jolloin aikavälin Δt aikana magneettikentästä poistunut pieni pinta-ala on $\ell \cdot \Delta y$. Silmukkaan indusoituva jännite on silloin

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ &= -\frac{\Delta(BA)}{\Delta t} \\ &= -B\frac{\Delta A}{\Delta t} \\ &= -B\frac{\ell\Delta y}{\Delta t} \\ &= -B\ell\frac{\Delta y}{\Delta t} \\ &= -B\ell v_y, \end{aligned}$$

sillä silmukan pystysuuntainen nopeus on nimenomaan kuljetun matkan ja siihen kuluneen ajan suhde. Koska nopeus kasvaa tasaisesti, myös jännite (ja virta) kasvaa tasaisesti. Kun silmukka poistuu kokonaan magneettikentästä, silmukan läpi kulkeva magneettivuo on pysyvästi nolla joten myös indusoitunut jännite on nolla.

6.4 Kun magneettikenttä häviää, silmukan läpi kulkeva magneettivuo muuttuu (häviää). Koska muutos tapahtuu äkillisesti, aikaväli Δt on hyvin lyhyt, joten indusoituva jännite on hetkellisesti hyvin suuri.

6.5 Indusoituva jännite on $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -A\frac{\Delta B}{\Delta t}$. Kun magneettivuon tiheyden muutos on tasaista, myös jännite on tasaista. Kun muutoksen etumerkki vaihtuu (eli kasvaminen vaihtuu heikkenemiseksi tai toisinpäin), myös jännitteen etumerkki ja virran suunta vaihtuvat.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

7. Peltipurkkipuhelin (15 p.)

Aineisto:

7.A [Kuva: Peltipurkkipuhelin](#)

Kuvassa [7.A](#) on esitetty yksinkertaisen peltipurkkipuhelimen rakenne. Vastaavanlainen peltipurkkipuhelin rakennettiin käyttäen kahta peltipurkkia ja 75 metriä pitkää messinkilankaa. Äänen vaimeneminen liitoskohdissa ja langassa saatiin pieneksi pitämällä puhelimen lanka kireällä, jolloin puhuja ja kuulija olivat 75 metrin etäisyydellä toisistaan.

7.1 Millaisena mekaanisena aaltoliikkeenä ääni etenee peltipurkkipuhelimen langassa? (2 p.)

7.2 Äänen nopeudelle ohuessa messinkilangassa pätee yhtälö $v = \sqrt{E/\rho}$, jossa $E = 10,5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ on messingin kimmokerroin ja $\rho = 8,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ tiheys. Äänen nopeus ilmassa (lämpötila 20°C) on $v_{\text{ilma}} = 343 \text{ m/s}$.

Kuinka paljon aiemmin ääni saavuttaa kuulijan, kun käytetään peltipurkkipuhelinta pelkän huutamisen sijaan? Peltipurkkien pituuksia ei tarvitse huomioida.

(4 p.)

7.3 Peltipurkkipuhelimessa ääni vaimenee merkittävästi ainoastaan messinkilangassa tapahtuvan absorption takia. Vaimenemiselle pätee yhtälö $I = I_1 e^{-\alpha x}$, jossa I_1 on äänen intensiteetti lähteessä, I on äänen intensiteetti etäisyydellä x lähteestä ja $\alpha = 0,086 \text{ m}^{-1}$ on messinkilangassa etenevän äänen vaimenemiskerroin.

Puhujan äänen intensiteettitaso on 72 dB puhujan peltipurkin pohjan kohdalla 7,0 cm:n etäisyydellä puhujan suusta. Laske äänen intensiteettitaso kuulijan peltipurkin pohjan kohdalla. Laske myös äänen intensiteettitaso 75 m:n etäisyydellä, jos puhuja puhuu samalla äänen voimakkuudella ilman peltipurkkipuhelinta. Äänen vaimeneminen ilmassa absorption takia voidaan jättää huomiotta. Vertaile tuloksia keskenään.

(9 p.)

Ratkaisu.

7.1 Ääni etenee pitkittäisenä aaltoliikkeenä. 2 p. (yht. 2 p.) Peltipurkin pohja värähtelee langan suuntaisesti, mikä aiheuttaa kireään lankaan pitkittäisen värähtelyn.

7.2

$$E = 10,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\rho = 8,4 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 3,535 \dots \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

$$v_2 = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = 75 \text{ m}$$

Ääni etenee tasaisella nopeudella. Ratkaistaan langassa etenemiseen kuluva aika.

$$x = v_1 t_1$$

$$t_1 = \frac{x}{v_1} \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)}$$

$$= 0,021213 \dots \text{ s}$$

Vastaavasti ilmassa etenemiseen kuluva aika on

$$t_2 = \frac{x}{v_2} = 0,218658 \dots \text{ s} \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

Lasketaan aikojen erotus.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0,1974 \dots \text{ s} \approx 0,20 \text{ s.} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

Vastaus: Ääni saavuttaa peltipurkkipuhelimella kuulijan 0,20 s aikaisemmin kuin ilman välityksellä.

7.3

$$L_1 = 72 \text{ dB}$$

$$r_1 = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$

$$r_2 = x = 75 \text{ m}$$

$$\alpha = 0,086 \frac{1}{\text{m}}$$

$$I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Merkitään intensiteettiä puhujan peltipurkin pohjan kohdalla I_1 :llä ja kuulijan peltipurkin pohjan kohdalla I_{2a} :lla. Ratkaistaan I_1 intensiteettitason kaavasta.

$$L_1 = 10 \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \text{ dB}$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10 \text{ dB}}} \quad (1 \text{ p. (yht. 1 p.)})$$

$$= 1,5848 \dots \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Lasketaan tehtävänannon kaavan avulla I_{2a} .

$$I_{2a} = I_1 e^{-\alpha x} = 2,50495 \dots \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (1 \text{ p. (yht. 2 p.)})$$

Intensiteettitaso kuulijan peltipurkin pohjan kohdalla on siis

$$L_{2a} = 10 \lg\left(\frac{I_{2a}}{I_0}\right) \text{ dB} = 43,988 \dots \text{ dB} \approx 44 \text{ dB}. \quad (2 \text{ p. (yht. 4 p.)})$$

Kun ääni etenee ilmaa pitkin, sen intensiteetti on kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön, koska ääni etenee palloaaltona. 1 p. (yht. 5 p.) Ratkaistaan tämän perusteella intensiteetti I_{2b} kuulijan kohdalla, kun ääni etenee ilmaa pitkin.

$$\frac{I_{2b}}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$I_{2b} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot I_1 \quad (1 \text{ p. (yht. 6 p.)})$$

$$I_{2b} = 1,38061 \dots \cdot 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Tätä vastaava intensiteettitaso on

$$L_{2b} = 10 \lg \left(\frac{I_{2b}}{I_0} \right) \text{ dB} = 11,400 \dots \text{ dB} \approx 11 \text{ dB.}$$

2 p. (yht. 8 p.)

Peltipurkkipuhelimen välityksellä kuulijan kuulema 44 dB vastaa hiljaista puhetta, kun taas ilman välityksellä kuulijan kuulema 11 dB vastaa hiljaisen hengityksen äänenvoimakkuutta, eli sen juuri ja juuri kuulee, jos ympäristö on hyvin hiljainen.

1 p. (yht. 9 p.)

Vastaus: Peltipurkkipuhelinta käyttäen intensiteettitaso kuulijan peltipurkin pohjan kohdalla on 44 dB ja kun ääni kulkee ilman välityksellä, intensiteettitaso kuulijan kohdalla on 11 dB. Peltipurkkipuhelimen välityksellä kuulijan kuulema 44 dB vastaa hiljaista puhetta, kun taas ilman välityksellä kuulijan kuulema 11 dB vastaa hiljaisen hengityksen äänenvoimakkuutta, eli sen juuri ja juuri kuulee, jos ympäristö on hyvin hiljainen.

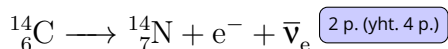
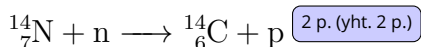
8. Hiiliajoitus (15 p.)

Hiili esiintyy luonnossa kahtena pysyvänä isotooppina ^{12}C ja ^{13}C sekä radioaktiivisena isotooppina ^{14}C . Ilmakehässä isotoopin ^{12}C lukumääräosuus on 98,9 % ja isotoopin ^{13}C lukumääräosuus on 1,1 %. Isotoopin ^{14}C osuus kaikesta ilmakehän hiilestä on $1,2 \cdot 10^{-12}$, ja isotoopin puoliintumisaika on 5 730 vuotta.

- 8.1 Isotooppi ^{14}C syntyy ilmakehässä, kun typpiä ^{14}N sieppaa kosmisen säteilyn synnyttämän neutronin ja säteilee samalla protonin. ^{14}C hajoaa β^- -hajoamisella. Kirjoita isotoopin ^{14}C syntymisen ja hajoamisen reaktioyhtälöt. (4 p.)
- 8.2 Arkeologisten orgaanisten näytteiden, kuten nuotiohiilien ja eläinten luiden, ikä voidaan arvioida näytteessä olevien hiilen isotooppien avulla. Selitä lyhyesti, mihin tämä radiihiiliajoitus perustuu. (4 p.)
- 8.3 Erästä Itä-Suomessa sijaitsevasta kivilautisesta asuinpaikasta löytyi kaivauksissa nisäkkään luu, jolle tehtiin massaspektrometrillä hiilen isotooppisuhteiden määrittäminen. Isotooppien ^{14}C ja ^{13}C lukumääräsuhteeksi saatiin $3,5 \cdot 10^{-11}$. Arvioi, kuinka kauan aikaa sitten asuinpaikkaa käytettiin. (7 p.)

Ratkaisu.

- 8.1 Reaktioyhtälöt ovat



Neutronia voi merkitä myös esimerkiksi 1_0n , protonia p^+ tai 1_1p ja antineutriinoa $\bar{\nu}$.

Pisteytyksestä: Pieni epätasällisyys tai puute reaktioyhtälössä = -1 p, vakavampi puute tai virhe = -2 p.

- 8.2 Hiili muodostaa ilmakehän hapen kanssa hiilidioksidia, joka päättyy kasveihin yhteyttämisen seurauksena. Osa kasveihin päättyvän hiilidioksidin hiilestä on radiohiiltä ^{14}C . Eläimiin radiohiiltä päättyy pääasiassa kasvien syömisen seurauksena. Elävissä kasveissa ja eläimissä hiili-14:n ja hiili-12:n lukumääräsuhte on likimain sama kuin ilmakehässä. Kun kasvi tai eläin kuolee, se lakkaa vastaanottamasta hiiltä ilmakehästä, jolloin siinä olevan hiili-12:n määrä pysyy vakiona, mutta hiili-14:n määrä pienenee radioaktiivisen hajoamisen seurauksena. 2 p. (yht. 2 p.)

Hiili-14:n ja hiili-12:n lukumääräsuhde ilmakehässä on pysynyt likimain samana ajan myötä, joten sen voidaan olettaa olleen likimain sama näytteessä sen kuolinhetkellä. Kun vielä mitataan vastaava lukumääräsuhde näytteestä, voidaan hajoamislaista ratkaista näytteen ikä (kuolinhetkestä mitattuna). Vastaavasti voidaan myös käyttää hiili-14:n ja hiili-13:n suhdetta. 2 p. (yht. 4 p.) **Todellisuudessa lukumääräsuhde ilmakehässä on muuttunut jonkin verran ajan myötä, minkä takia laskelman jälkeen täytyy vielä tehdä tämän korjaava kalibrointi. Lukiofysiikan laskutehtävissä tällaista kalibrointia ei tehdä, ellei tehtävänannossa ole neuvottu toisin.**

8.3 Hiili-14:n puoliintumisaika on

$$T_{1/2} = 5730 \text{ a.}$$

Hiili-14:n ja hiili-13:n lukumääräsuhde näytteessä on

$$\frac{N_{14}}{N_{13}} = 3,5 \cdot 10^{-11}. \quad (1)$$

Hiili-14:n osuus kaikesta ilmakehän hiilestä on $1,2 \cdot 10^{-12}$ ja hiili-13:n osuus kaikesta ilmakehän hiilestä on $1,1\% = 0,011$. Näin ollen hiili-14:n ja hiili-13:n lukumääräsuhde näytteessä sen kuolinhetkellä oli

$$\frac{N_{14,0}}{N_{13,0}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-12}}{0,011} = 1,0909 \dots \cdot 10^{-10}. \quad (2)$$

Hiili-13 on stabiili, joten sen lukumäärä näytteessä on vakio, eli $N_{13,0} = N_{13}$. Yhtälö (2) saa siis muodon

$$\frac{N_{14,0}}{N_{13}} = 1,0909 \dots \cdot 10^{-10}. \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)} \quad (3)$$

Yhtälöistä (1) ja (3) saadaan

$$\frac{\frac{N_{14}}{\cancel{N_{13}}}}{\frac{N_{14,0}}{\cancel{N_{13}}}} = \frac{3,5 \cdot 10^{-11}}{1,0909 \dots \cdot 10^{-10}}$$

$$\frac{N_{14}}{N_{14,0}} = 0,32083 \dots \quad \text{1 p. (yht. 2 p.)} \quad (4)$$

Toisaalta hajoamislain nojalla

$$\begin{aligned} N_{14} &= N_{14,0} \cdot e^{-\lambda t} \\ \frac{N_{14}}{N_{14,0}} &= e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (5)$$

Yhtälöistä (4) ja (5) saadaan yhtälö

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t} &= 0,32083 \dots \quad (2 \text{ p. (yht. 4 p.)}) \\ e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot t} &= 0,32083 \dots \end{aligned}$$

Ratkaistaan aika t :

$$\begin{aligned} t &= -\frac{\ln(0,32083 \dots)}{\ln(2)} \cdot T_{1/2} \quad (2 \text{ p. (yht. 6 p.)}) \\ &= 9397,79 \dots \text{ a} \\ &\approx 9400 \text{ a.} \end{aligned}$$

Vastaus: Asuinpaikkaa käytettiin 9400 vuotta sitten. 1 p. (yht. 7 p.)

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

9. Diodi (20 p.)

- 9.1 Kerro, kuinka diodi käyttäytyy virtapiirissä. Mihin diodeja käytetään? (6 p.)
- 9.2 Suunnittele ja kuvaile mittausta, jolla voit määrittää tuntemattoman diodin ominaiskäyrän. Sinulla on käytössäsi diodin lisäksi johtimia, jännitemittari, välillä 0–5 V säädettävä tasajännitelähde sekä useita erilaisia vastuksia, joiden resistanssit tunnetaan. Millaisen ominaiskäyrän oletat saavasi tulokseksi? (14 p.)

Ratkaisu.

- 9.1 Diodi on yleensä puolijohteista valmistettu komponentti. Diodi päästää sähkövirtaa lävitseen **hyvällä tarkkuudella** vain yhteen suuntaan, jota kutsutaan diodin päästösuunnaksi. 2 p. (yht. 2 p.) Kun diodin napojen välinen päästösuuntainen jännite ylittää diodin kynnysjännitteen, diodin resistanssi on hyvin pieni ja virta pääsee kulkemaan lähes esteettä diodin läpi. 1 p. (yht. 3 p.) Kun jännitettä nostetaan kynnysjännitteen yli, virta kasvaa nopeasti.

Estosuuntaan kytkettynä diodin läpi ei kulje juurikaan virtaa 1 p. (yht. 4 p.) lukuunottamatta hyvin pientä vuotovirtaa. Mikäli estosuuntaan kytketyn diodin napojen välistä jännitettä kasvatetaan tarpeeksi, diodin läpilyöntikestävyys ylittyy ja virta alkaa kulkea.

Yleisin diodin sovellus on vaihtovirran tasasuuntaus. Myös esimerkiksi valaistuksessa ja merkkivaloissa käytettävät ledit ja aurinkokennoissa sekä palovaroittimissa käytettävät fotodiodit ovat diodien sovelluksia. Muita diodien sovelluksia ovat mm. signaalinrajoittimet, kytkimet ja korkeaajännitesuojat. 2 p. (yht. 6 p.)

Pisteytyksestä:

- Täysiin pisteisiin riittää mainita kaksi diodien käyttökohdetta. 1 p. / oikea käyttökohde.

- 9.2 Diodin ominaiskäyrällä tarkoitetaan kuvaajaa, jossa on esitetty diodin läpi kulkeva virta sen napojen välisen jännitteen funktiona.

Ratkaisuvaihtoehto 1

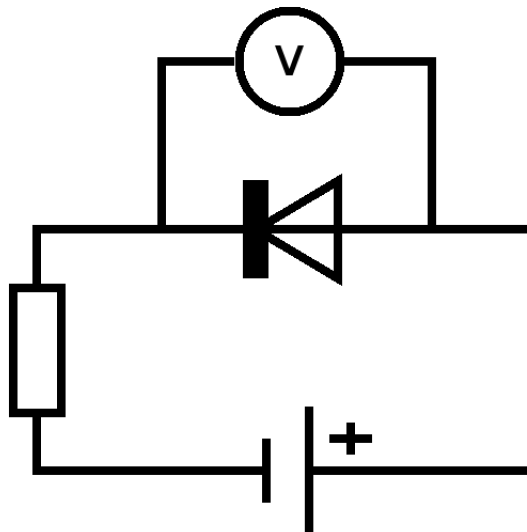
Alla olevissa kuvissa on esitetty mittausjärjestely, kun diodi on kytketty erikseen päästösuuntaan ja estosuuntaan. Mitataan jännitemittarilla diodin napojen välillä oleva jännite U_D . 1 p. (yht. 1 p.) Valitaan resistanssiltaan pieni vastus, jotta se ei tarpeettoman paljon rajoita piirissä kulkevaa virtaa. Näin saadaan ominaiskäyrä mahdollisimman suurelta alueelta. Piirretään jännitteet (U_D, I) -kuvaajaan siten, että päästösuuntaan mitatut arvot ovat positiivisia ja estosuuntaan mitatut arvot negatiivisia. 1 p. (yht. 2 p.)

Oletetaan, että säädettävän tasajännitelähteen jännite voidaan lukea tarkasti jännitettä asetettaessa. Kirchhoffin II lain perusteella voidaan laskea piirissä kulkeva virta:

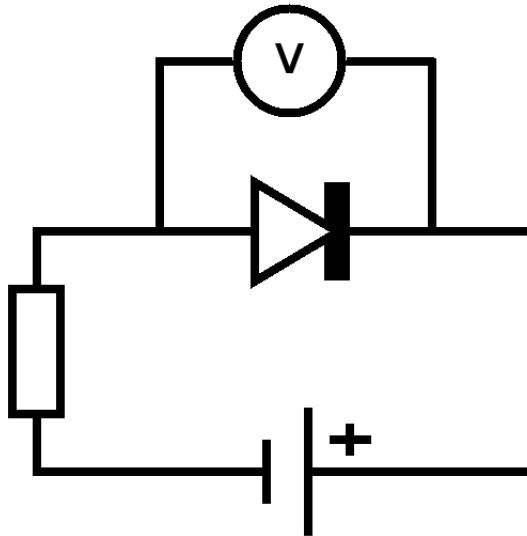
$$\Sigma \Delta V = 0$$

$$U - RI - U_D = 0$$

$$I = \frac{U - U_D}{R} \quad \text{2 p. (yht. 4 p.)} \quad (1)$$



Päästösuuntaan kytketty diodi. 2 p. (yht. 6 p.)

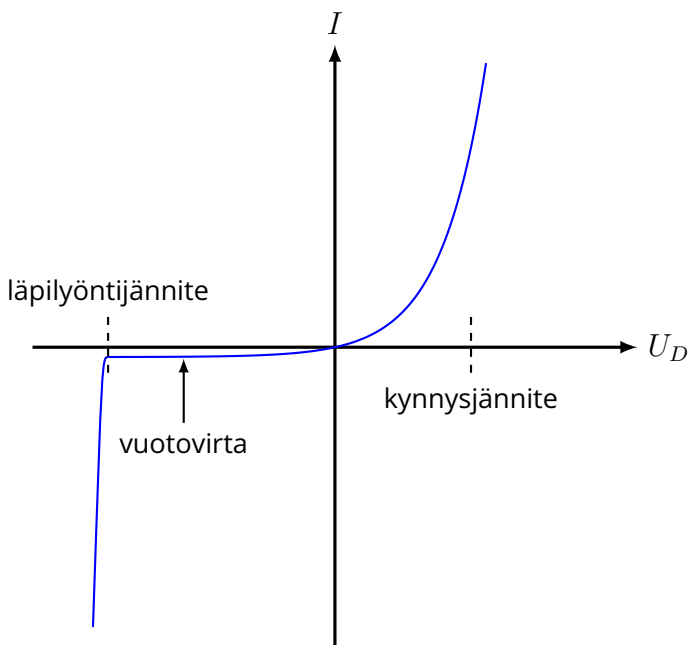


Estosuuntaan kytketty diodi. 2 p. (yht. 8 p.)

Kun muutetaan jännitelähteen jännitteen arvoja välillä $0\text{ V} - 5\text{ V}$, voidaan lausekkeesta (1) laskea diodin läpi kulkeva virta jännitteen eri arvoilla ja piirtää virta ja diodin napajännitettä mittaavan jännitemittarin lukema (U_D, I)-koordinaatistoon.

4 p. (yht. 12 p.)

Oletettavasti mittauksen perusteella syntyvä ominaiskäyrä näyttää seuraavalta:



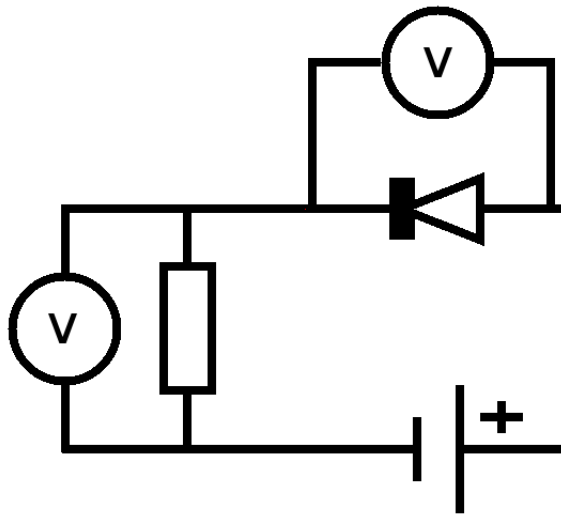
Kuvaajaa ei vaadita vastauksessa!

Ominaiskäyrällä virta on lähellä nollaa, kun diodi on kytketty estosuuntaan tai kun kynnysjännitettä ei ole ylitetty. Kynnysjännitettä suuremmilla jännitteen arvoilla päästösuuntaan kytkettynä diodin läpi kulkeva virta kasvaa nopeasti. 2 p. (yht. 14 p.)

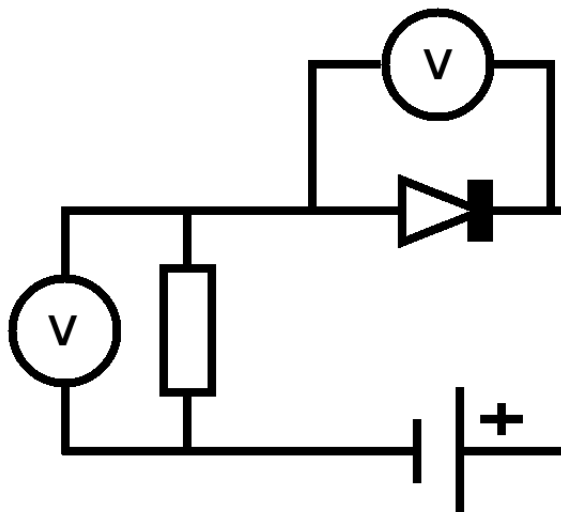
On mahdollista, että jännitelähteestä saatava suurin jännite 5 V ei ole tarpeeksi suuri läpilyöntijännitteen havaitsemiseen.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Kuvassa on mittausjärjestely erikseen päästösuuntaan ja estosuuntaan. Kuviin on piirretty kaksi jännitemittaria, mutta yhtä mittaria käytettäessä se voidaan siirtää paikasta toiseen kummankin arvon mittaamiseksi. Mitataan diodin yli oleva jännite U_D sekä vastuksen yli oleva jännite U_R . 1 p. (yht. 1 p.) Valitaan resistanssiltaan pieni vastus, jotta se ei tarpeettoman paljon rajoita piirissä kulkevaa virtaa. Näin saadaan ominaiskäyrä mahdollisimman suurelta alueelta. Nyt saadaan piirissä kulkeva virta $I = \frac{U_R}{R}$. 2 p. (yht. 3 p.) Piirretään jännitteet (U_D, I)-kuvaajaan siten, että päästösuuntaan mitatut arvot ovat positiivisia ja estosuuntaan mitatut arvot negatiivisia. 1 p. (yht. 4 p.)



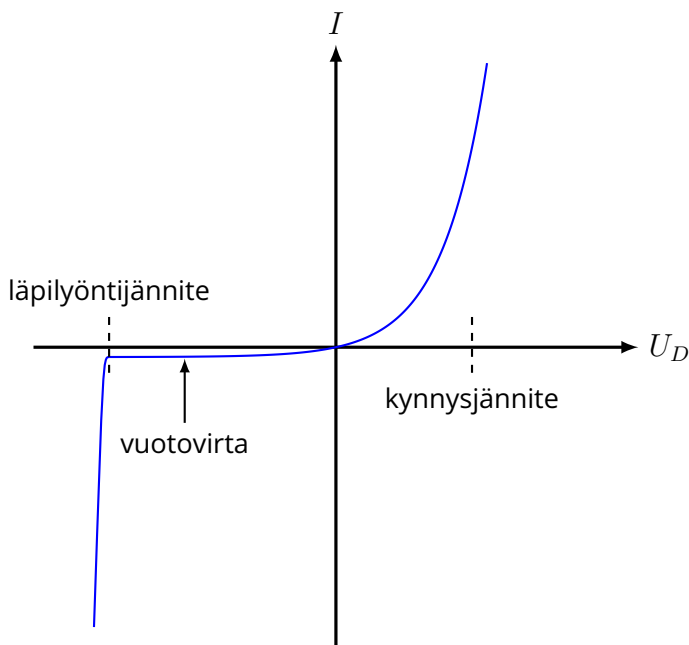
Päästösuuntaan kytketty diodi. 2 p. (yht. 6 p.)



Estosuuntaan kytketty diodi. 2 p. (yht. 8 p.)

Muutetaan jännitelähteen jännitteen arvoja välillä $0\text{ V} - 5\text{ V}$ ja lasketaan niitä vastaavat virrat. Piirretään virta ja diodin napajännitettä mittaavan jännitemittarin lukema (U_D, I)-koordinaatistoon. 4 p. (yht. 12 p.)

Oletettavasti mittauksen perusteella syntyvä ominaiskäyrä näyttää seuraavalta:



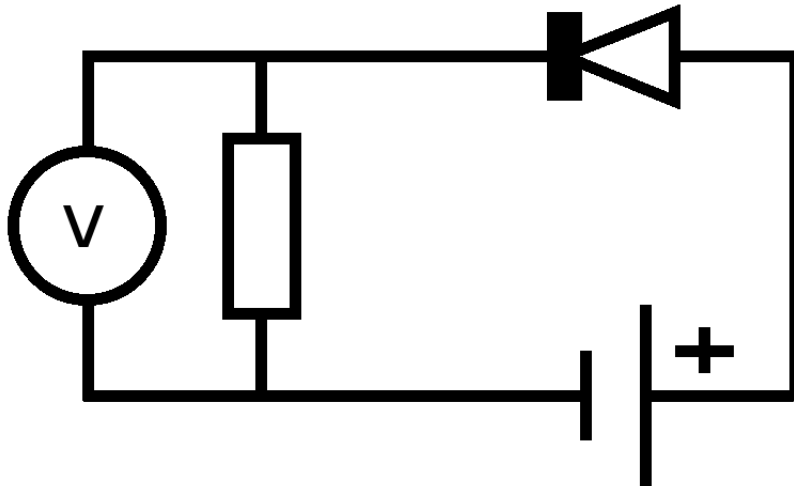
Kuvaajaa ei vaadita vastauksessa!

Ominaiskäyrällä virta on lähellä nollaa, kun diodi on kytketty estosuuntaan tai kun kynnysjännitettä ei ole ylitetty. Kynnysjännitettä suuremmilla jännitteen arvoilla päästösuuntaan kytkettynä diodin läpi kulkeva virta kasvaa nopeasti. 2 p. (yht. 14 p.)

On mahdollista, että jännitelähteestä saatava suurin jännite 5 V ei ole tarpeeksi suuri läpilyöntijännitteen havaitsemiseen.

Ratkaisuvaihtoehto 3

Alla olevassa kuvassa on esitetty mittausjärjestely. Mitataan jännitemittarilla vastuksen napojen välillä oleva jännite U_R . 1 p. (yht. 1 p.) Valitaan resistanssiltaan pieni vastus, jotta se ei tarpeettoman paljon rajoita piirissä kulkevaa virtaa. Näin saadaan ominaiskäyrä mahdollisimman suurelta alueelta. Diodi on kytketty päästösuuntaan, kun kun jännitelähteen jännite on välillä 0 V – 5 V ja estosuuntaan, kun jännitelähteen jännite on välillä –5 V – 0 V. 1 p. (yht. 2 p.)



Mittausjärjestely. 4 p. (yht. 6 p.)

Lasketaan mittausten perusteella piirissä kulkeva virta Ohmin lailla:

$$U_R = RI$$

$$I = \frac{U_R}{R} \quad \text{2 p. (yht. 8 p.)}$$

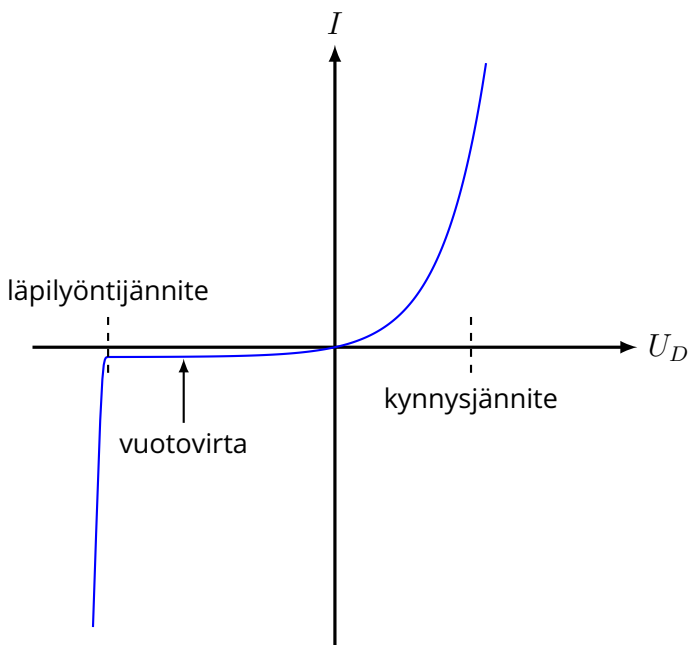
Diodin jännite U_D voidaan laskea Kirchhoffin II lain mukaan:

$$U - U_R = U_D \quad \text{2 p. (yht. 10 p.)}, \quad (2)$$

missä U on jännitelähteen jännite.

Piirretään diodin jännitteet (U_D, I) -kuvaajaan. 2 p. (yht. 12 p.)

Oletettavasti mittauksen perusteella syntyvä ominaiskäyrä näyttää seuraavalta:



Kuvaajaa ei vaadita vastauksessa!

Ominaiskäyrällä virta on lähellä nollaa, kun diodi on kytketty estosuuntaan tai kun kynnysjännitettä ei ole ylitetty. Kynnysjännitettä suuremmilla jännitteen arvoilla päästösuuntaan kytkettynä diodin läpi kulkeva virta kasvaa nopeasti. 2 p. (yht. 14 p.)

On mahdollista, että jännitelähteestä saatava suurin jännite 5 V ei ole tarpeeksi suuri läpilyöntijännitteen havaitsemiseen.

Pistetyksestä:

- Selitetty, että tulee selvittää diodin napajännite ja virta 1 p.
- Selitetty, mistä diodin läpi kulkeva virta saadaan 2 p.
- Selitetty, miten esto- ja päästösuunta saadaan mitattua ja miten ne näkyvät kuvaajalla 1 p.
- Piirretty oikea kytkentä tai kytkennät 4 p.
- Selitetty, miten mittaus suoritetaan 4 p.
- Selitetty, mitä kuvaajalta voidaan tulkita 2 p.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

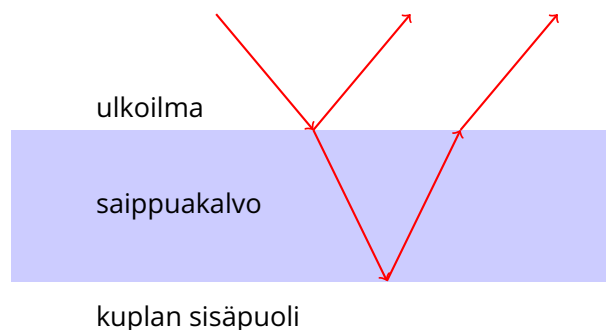
10. Saippuakuplat (20 p.)

Fyysikko rentoutuu puhaltelemalla saippuakuplia puutarhakeinussa.

- 10.1 Auringonvalo heijastuu kuplien pinnoista. Selitä, miksi heijastuneessa valossa näkyy eri värejä. (5 p.)
- 10.2 Selitä, miksi kuplan värit vähitellen haalistuvat ja juuri ennen kuplan puhkeamista häviävät miltei kokonaan. (3 p.)
- 10.3 Saippuakupla puhkeaa yleensä muutamassa minutissa. Miksi se puhkeaa? Samasta määrästä nestettä voidaan puhalttaa erikokoisia kuplia. Miksi isot kuplat puhkeavat nopeammin kuin pienet kuplat? (4 p.)
- 10.4 Fyysikko huomaa, että yksi kuplista leijuu paikallaan tyynessä ilmassa. Saippuaveden tiheydeksi oletetaan $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ja kuplan sisällä olevan ilman lämpötilaksi 26°C . Ulkoilman lämpötila on 21°C ja kuplan säde $5,0 \text{ cm}$. Määritä näillä tiedoilla kuplan kalvon paksuus. Ilman oletetaan olevan 79 % typpeä ja 21 % happea myös kuplan sisällä. (8 p.)

Ratkaisu.

- 10.1 Osa kuplaan osuvasta auringonvalosta heijastuu kuplan ulkopinnasta, osa taittuu saippuavesikalvon sisään. Saippuakalvon sisään taittuneesta valosta osa heijastuu takaisin kalvon sisäpinnasta. 1 p. (yht. 1 p.) Kuplan sisäpinnasta heijastunut valo kulkee siis pidemmän matkan kuin ulkopinnasta heijastuva. Lisäksi ulkopinnasta heijastuva valo kokee puolen aallon suuruisen vaihesiirron 1 p. (yht. 2 p.), minkä takia alla olevassa yhtälössä esiintyy termi $+\frac{1}{2}$.



Kuvaa ei vaadittu vastauksessa.

Heijastuneet valonsäteet interferoivat keskenään. 1 p. (yht. 3 p.) Interferenssi on vahvistavaa, mikäli yhtälö

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)}$$

toteutuu. Yhtälössä λ on valon aallonpituus ilmassa, n on saippuaveden taitekerroin (jolloin $\frac{\lambda}{n}$ on valon aallonpituus sen kulkiessa saippuavedessä), d on valonsäteiden välinen matkaero ja m on kokonaisluku $0, 1, 2, \dots$. Jos taas yhtälö $2d = m \frac{\lambda}{n}$ toteutuu, interferenssi on vaimentavaa.

Kuplan pinnassa näkyy eri värejä, sillä valonsäteiden matkaero riippuu siitä, missä kulmassa valo osuu saippuakuplan pintaan. Tämän takia vahvistava interferenssi tapahtuu eri aallonpituuksilla (väreillä) eri kohdissa kuplaan. 1 p. (yht. 5 p.)

- 10.2 Kuplan vesikerros ohenee ajan myötä. 1 p. (yht. 1 p.) Tarkastellaan kohdan 10.1. yhtälöä. Valon täytyy kulkea saippuakalvon sisällä vähintään matka

$$2d_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \quad \text{||sij. } m = 0$$

$$2d_0 = \frac{\lambda}{2n}$$

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n}$$

Interferenssiä voi tapahtua siis vain, kun kuplan kalvo on vähintään $\frac{\lambda}{4n}$:n paksuinen. 2 p. (yht. 3 p.) Kun kalvo ohenee, ensin lakkaa näkymästä punainen (pitkäaaltoinen) valo ja viimeisenä violetti (lyhytaaltoisin) valo.

Pisteytyksestä: Pisteet saa myös, jos sanallisesti selittää, että ohenneessa kalvossa valolla on aina vain vähemmän mahdollisuuksia vahvistavaan interferenssiin. Valon väreistä ei tarvitse mainita, sillä sitä ei kysytty.

- 10.3 Mielestämme tehtävän kysymykseen oli hyvin vaikea vastata lukio-oppimäärän tiedoilla, joten täysiin pisteisiin tulisi riittää seuraava selitys: Kupla puhkeaa, koska kuplassa oleva vesi haihtuu. 2 p. (yht. 2 p.) Suurella kuplalla on suurempi pinta-ala, joten haihtuminen on nopeampaa ja samasta määrästä nestettä puhallettu suurempi kupla puhkeaa nopeammin. 2 p. (yht. 4 p.)

Täsmällisempi selitys:

Pelkästä vedestä ei voi puhalttaa kuplia, sillä vesimolekyylien väliset vuorovaikutukset (=pintajännitys) ovat niin voimakkaita, että vesimolekyylit lähentyvät keskenään ja muodostavat pisaroita. Nestefaasissa oleva aine pyrkii minimoimaan pinta-alan suhteessa tilavuuteen, sillä molekyylit vetävät toisiaan puoleensa. Mitä pienempi pinta-ala on, sitä suurempi osa molekyyleistä on vuorovaikutuksessa vain toisten samanlaisten molekyylien kanssa. Saippua pienentää pintajännitystä, joten saippuavesi voi muodostaa saippuakuplan puhaltamiseen käyttävään kehikkoon ohuen laakean kalvon. Kun kalvoon puhalletaan, puhallettu ilma jää kuplan sisään kun kalvo kuristuu kuplaksi.

Kupla puhkeaa, koska vettä haihtuu. Kun kuplan ulko- ja sisäpinnan välissä oleva vesi on yhdestä kohtaa haihtunut kokonaan pois, pelkkä saippuakalvo ilman vettä ei pysy kasassa ja kupla puhkeaa. Kuplien muodostumisen kannalta onkin tärkeää, että nesteen pintajännitys on juuri sopivan voimakas. Liian voimakas pintajännitys estää kuplan muodostumisen, sillä pelkkä vesi ei koskaan muodostaisi tarpeeksi suurta ohutta kalvoa, mistä puhaltaa kuplia. Toisaalta pintajännitystä kuitenkin tarvitaan, jotta kupla voi pysyä kasassa.

YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 22.9.2022) mukainen ratkaisu:

Saippuakuplan pinnasta haihtuu vettä, minkä takia saippuavesikalvo ohenee. 1 p. (yht. 1 p.) Saippuakupla puhkeaa, kun vesikerros on ohentunut niin ohueksi, että veden pintajännitys vetää kuplan kasaan pisaraksi. 1 p. (yht. 2 p.) Suuremman kuplan pinta-ala on suurempi, joten veden haihtuminen on nopeampaa kuin pienessä kuplassa. 1 p. (yht. 3 p.) Lisäksi kuplan vesikerros on valmiiksi ohuempi suuremman pinta-alan takia, 1 p. (yht. 4 p.) joten pintajännityksen raja saavutetaan aikaisemmin. Painovoiman vaikutuksesta vesi painuu kuplan alaosaan, minkä vuoksi kuplan yläosa on ohuempi ja kuplan puhkeaminen alkaa useimmiten sieltä.

10.4 Merkitään

V_u	kuplan ulkotilavuus
V_s	kuplan sisätilavuus
V_v	saippuaveden tilavuus
$T_u = 294,15 \text{ K}$	ulkoilman lämpötila
$T_s = 299,15 \text{ K}$	kuplan sisäilman lämpötila
ρ_u	ulkoilman tiheys
ρ_s	kuplan sisäilman tiheys
ρ_v	saippuaveden tiheys
$r = 5,0 \text{ cm}$	saippuakuplan ulkosäde
$p_0 = 101325 \text{ Pa}$	normaali-ilmanpaine
$R = 8,31451 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	moolinen kaasuvakio

Ilman moolimassa saadaan typen ja hapen prosenttiosuuksien avulla. Molemmat kaasut ovat kaksiatomisia kaasuja, joten

$$\begin{aligned}
 M &= 0,79 \cdot 2 \cdot M_{\text{typi}} + 0,21 \cdot 2 \cdot M_{\text{happi}} \\
 &= 0,79 \cdot 2 \cdot 14,01 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 0,21 \cdot 2 \cdot 16,00 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \\
 &= 28,8558 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}
 \end{aligned}$$

Ratkaisuvaihtoehto 1

Ratkaistaan ulko- ja kuplan sisäilman tiheys ideaalikaasun tilanyhtälön avulla:

$$\begin{aligned}
 pV &= nRT & \parallel \rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}, \quad n = \frac{m}{M} \\
 p \frac{m}{\rho} &= \frac{m}{M} RT \\
 \rho &= \frac{pM}{RT} \quad \text{2 p. (yht. 3 p.)}
 \end{aligned}$$

Ratkaistaan ulkoilman ja kuplan sisäpuolisen ilman tiheydet:

$$\rho_u = 1,195\,485 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_s = 1,175\,503 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kupla leijuu paikallaan, eli sen kiihtyvyys on nolla. Newtonin toisen lain mukaan kuplaan vaikuttavien voimien summan on silloin oltava nolla. 1 p. (yht. 4 p.) Kuplaan vaikuttaa alaspäin saippuaveden ja kuplan sisäisen ilman painovoima ja ylöspäin ympäröivän ilman aiheuttama noste. Saadaan siis yhtälö

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$N - G_{\text{sisäilma}} - G_{\text{vesi}} = 0$$

$$N = G_{\text{sisäilma}} + G_{\text{vesi}} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

Noste on $N = \rho_u V_u g$, missä ρ_u on ulkoilman tiheys ja V_u on kuplan ulkotilavuus. Kuplan sisäilman ja saippuaveden massat saadaan niiden tiheyksien ja tilavuuksien tuloina.

$$\rho_u V_u g = m_{\text{sisäilma}} g + m_{\text{vesi}} g \quad \parallel : g$$

$$\rho_u V_u = \rho_s V_s + \rho_v V_v$$

$$\rho_u \frac{4}{3} \pi r_u^3 = \rho_s \frac{4}{3} \pi r_s^3 + \rho_v V_v$$

Saippuaveden tilavuus saadaan kuplan ulkotilavuuden ja sisätilavuuden erotuk-

sena.

$$\begin{aligned}\rho_u \frac{4}{3} \pi r_u^3 &= \rho_s \frac{4}{3} \pi r_s^3 + \rho_v \left(\frac{4}{3} \pi r_u^3 - \frac{4}{3} \pi r_s^3 \right) \quad || : \frac{4}{3} \pi \\ \rho_u r_u^3 &= \rho_s r_s^3 + \rho_v r_u^3 - \rho_v r_s^3 \\ \rho_u r_u^3 - \rho_v r_u^3 &= \rho_s r_s^3 - \rho_v r_s^3 \\ (\rho_u - \rho_v) r_u^3 &= (\rho_s - \rho_v) r_s^3 \\ r_s^3 &= \frac{(\rho_u - \rho_v) r_u^3}{\rho_s - \rho_v} \\ r_s &= r_u \sqrt[3]{\frac{\rho_u - \rho_v}{\rho_s - \rho_v}} \quad \text{2 p. (yht. 7 p.)}\end{aligned}$$

Kuplan paksuus on sen ulkosäteen r_u ja sisäsäteen r_s erotuksena.

$$\begin{aligned}d &= r_u - r_s \\ &= r_u \left(1 - \sqrt[3]{\frac{\rho_u - \rho_v}{\rho_s - \rho_v}} \right) \\ &= 0,050 \text{ m} \cdot \left(1 - \sqrt[3]{\frac{1,195\,485 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1,175\,503 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \right) \\ &= 3,334\,169 \dots \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ &\approx 330 \text{ nm} \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}\end{aligned}$$

Vastaus: Kuplan kalvon paksuus on 330 nm.

Ratkaisuvaihtoehto 2

Ratkaistaan ulko- ja kuplan sisäilman tiheys ideaalikaasun tilanyhtälön avulla:

$$\begin{aligned}pV &= nRT \quad || \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}, \quad n = \frac{m}{M} \\ p \frac{m}{\rho} &= \frac{m}{M} RT \\ \rho &= \frac{pM}{RT} \quad \text{2 p. (yht. 3 p.)}\end{aligned}$$

Ratkaistaan ulkoilman ja kuplan sisäpuolisen ilman tiheydet:

$$\rho_u = 1,195\,485 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_s = 1,175\,503 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Oletetaan, että saippuakuplan kalvo on hyvin ohut sen säteeseen verrattuna. Tällöin voidaan ajatella kuplan sisätilavuuden ja ulkotilavuuden olevan olennaisesti yhtä suuret. Merkitään kuplan tilavuutta kummassakin tapauksessa V_k :lla.

Kupla leijuu paikallaan, eli sen kiihtyvyys on nolla. Newtonin toisen lain mukaan kuplaan vaikuttavien voimien summan on silloin oltava nolla. 1 p. (yht. 4 p.) Kuplaan vaikuttaa alaspäin saippuaveden ja kuplan sisäisen ilman painovoima ja ylöspäin ympäröivän ilman aiheuttama noste. Saadaan siis yhtälö

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$N - G_{\text{sisäilma}} - G_{\text{vesi}} = 0$$

$$N = G_{\text{sisäilma}} + G_{\text{vesi}} \quad \text{1 p. (yht. 5 p.)}$$

Noste on $N = \rho_u V_k g$, missä ρ_u on ulkoilman tiheys ja V_k on kuplan tilavuus.

$$\rho_u V_k g = m_{\text{sisäilma}} g + m_{\text{vesi}} g$$

$$\rho_u V_k g = \rho_s V_k g + m_{\text{vesi}} g \quad \parallel : g$$

$$m_{\text{vesi}} = (\rho_u - \rho_s) V_k \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)}$$

Toisaalta saippuaveden massa on sen tiheyden ja tilavuuden tulo. Saadaan yhtälö

$$\rho_v V_v = (\rho_u - \rho_s) V_k$$

Saippuakupla on niin ohut, että saippuakalvon tilavuus voidaan hyvällä tarkkuudella laskea kuplan pinta-alan A ja saippuavesikerroksen paksuuden d tulona. Eli

$$\begin{aligned}\rho_v A d &= (\rho_u - \rho_s) V_k \\ d &= \frac{(\rho_u - \rho_s) V_k}{\rho_v A} \\ d &= \frac{(\rho_u - \rho_s) \frac{4}{3} \pi r^3}{\rho_v 4 \pi r^2} \\ d &= \frac{(\rho_u - \rho_s) r}{3 \rho_v} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)} \\ &= \frac{1,195\,485 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1,175\,503 \dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{3 \cdot 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \\ &= 3,330\,227 \dots \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ &\approx 330 \text{ nm} \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}\end{aligned}$$

Vastaus: Kuplan kalvon paksuus on 330 nm.

Ratkaisuvaihtoehto 3

Oletetaan, että saippuakuplan kalvo on hyvin ohut sen säteeseen verrattuna. Tällöin voidaan ajatella kuplan sisätilavuuden ja ulkotilavuuden olevan olennaisesti yhtä suuret. Merkitään kuplan tilavuutta kummassakin tapauksessa V_k :lla.

Kupla leijuu paikallaan, eli sen kiihtyvyys on nolla. Newtonin toisen lain mukaan kuplaan vaikuttavien voimien summan on silloin oltava nolla. 1 p. (yht. 2 p.)

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m \vec{a} \\ N - G_{\text{sisäilma}} - G_{\text{vesi}} &= 0 \\ N &= G_{\text{sisäilma}} + G_{\text{vesi}}\end{aligned}$$

Toisaalta Arkhimedeen lain perusteella kuplaan kohdistuva noste on yhtä suuri kuin kuplan syrjäyttämän ilmamäärän paino.

$$G_{\text{ulkoilma}} = G_{\text{sisäilma}} + G_{\text{vesi}}$$

$$m_{\text{ulkoilma}}g = m_{\text{sisäilma}}g + m_{\text{vesi}}g \quad \boxed{1 \text{ p. (yht. 3 p.)}} \quad || : g \quad (1)$$

Oletetaan ilman käyttäytyvän ideaalikaasun tavoin ja ratkaistaan ainemäärän lausekkeet sekä ulkoilmalle n_u että kuplan sisällä olevalle ilmalle n_s :

$$pV = nRT \quad || V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$n_u = \frac{4p\pi r^3}{3RT_u}$$

$$n_s = \frac{4p\pi r^3}{3RT_s} \quad \boxed{2 \text{ p. (yht. 5 p.)}}$$

Saippuakupla on niin ohut, että saippuakalvon tilavuus voidaan hyvällä tarkkuudella laskea kuplan pinta-alan A ja saippuavesikerroksen paksuuden d tulona. Toisaalta veden massa on $m_{\text{vesi}} = \rho_v V_v$. Sijoitetaan yhtälöön (1)

$$m_{\text{ulkoilma}} = m_{\text{sisäilma}} + \rho_v V_v \quad || n = \frac{m}{M}, V_v = Ad$$

$$n_u M = n_s M + \rho_v Ad \quad || A = 4\pi r^2$$

$$\frac{4p\pi r^3}{3RT_u} M = \frac{4p\pi r^3}{3RT_s} M + \rho_v 4\pi r^2 d$$

Ratkaistaan d

$$d = \frac{prM}{3R\rho_v} \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_s} \right) \quad \boxed{2 \text{ p. (yht. 7 p.)}}$$

$$d = 3,330\,227 \dots \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\approx 330 \text{ nm} \quad \boxed{1 \text{ p. (yht. 8 p.)}}$$

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!

11. Juoman jäähdyttäminen (20 p.)

Aineisto:

11.A [Teksti: Helsingin Sanomien artikkeli](#)

Artikkelissa [11.A](#) esitellään kolme käytännön koetta ja yksi ajatuskoe erilaisten juomien jäähdyttämisestä.

- 11.1 Ensimmäisessä kokeessa kolme juomaa laitetaan jääkaappiin. Miksi juomat jäähtyvät eri tahtiin? (4 p.)
- 11.2 Toisessa kokeessa juomat kääritään märkään paperiin. Miksi paperikääre tehostaa jäähtymistä parvekkeella enemmän kuin jääkaapissa? (4 p.)
- 11.3 Kolmannessa kokeessa juomat viilennetään jääkylvyssä. Miksi jääkylpy viilentää juomia nopeasti, ja miksi suolan lisääminen vaikuttaa viilenemisnopeuteen? (4 p.)
- 11.4 Viimeisenä esitetään ajatuskoe, jossa litra olutta ($T = 25^{\circ}\text{C}$) jäähdytetään putkessa. Oleta, että putken säde on 6 cm. Kuinka korkea putken pitäisi olla, jotta juoma voitaisiin jäähdyttää lämpötilaan 9°C ? Voit olettaa, että juoma vastaa ominaisuuksiltaan vettä ja vain pieni osa vedestä höyrystyy. (8 p.)

Ratkaisu.

- 11.1 Tärkeä selittävä tekijä oli säilytysastian kuorimateriaalin lämmönjohtavuus. Metallijohtaa paremmin lämpöä kuin lasi ja muovi, ja lasi johtaa paremmin lämpöä kuin muovi. Tämän takia lämpö siirtyi metallitölkistä nopeimmin, ja lasipullosta nopeammin kuin muovipullosta. Kolan tavoitelämpötila oli myös alhaisempi, minkä vuoksi jäähdyttäminen kesti pidempään. 2 p. (yht. 2 p.)

Lämmönjohtumisteho on sitä suurempi, mitä suurempi on astian pinta-ala. Toisaalta astian lämpötilan muutos on sitä hitaampaa, mitä enemmän nestettä astiassa on, eli mitä suurempi astian tilavuus on. Toisin sanoen mitä suurempi astian pinta-alan ja tilavuuden suhde on, sitä nopeammin neste jäähtyy astiassa. Suurempien kappaleiden pinta-alan ja tilavuuden suhde on tyypillisesti pienempi kuin pienempien kappaleiden. Tämän takia 0,5 litran kolapullo jäähtyi hitaammin kuin 0,33 litran astiat. 2 p. (yht. 4 p.)

Myös astian kuorimateriaalin paksuus vaikuttaa merkittävästi. Metallisen tölkin kuori on ohuempi kuin pullojen kuorimateriaalit, varsinkin verrattuna lasiseen

pulloon. Tätä ei mainittu YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 22.9.2022), joten sitä ei luultavasti vaadita täysien pisteiden saamiseen.

- 11.2 Jos märästä kääreestä ei haihdu juurikaan vettä, märkä kääre muodostaa pulлон ja ympäristön välille eristävän kerroksen ja saattaa jopa hidastaa jäähtymistä. Jos kääreestä haihtuu merkittävästi vettä, haihtuminen sitoo runsaasti lämpöä, mikä puolestaan jäähdyttää käärettä. Tällöin kääre on kylmempi, minkä seurauksena kääreen sisällä olevasta astiasta siirtyy nopeammin lämpöä kääreeseen, ja astian sisällä oleva neste siis jäähtyy nopeammin. 1 p. (yht. 1 p.)

Mitä kosteampaa kääreen lähellä oleva ilma on, sitä vähemmän siitä tapahtuu haihtumista. Kääreen lähellä olevan ilman kosteus riippuu ilman kosteudesta yleisesti sekä siitä, onko ilmavirtauksia, jotka siirtävät haihtumisen seurauksena kostuneen ilman pois kääreen läheltä ja kuivemman ilman sen tilalle.

1 p. (yht. 2 p.)

Jääkaapissa ei ole juurikaan ilmavirtauksia ja jääkaapin sisäilman suhteellinen kosteus on korkea jääkaapin kosteuden sekä matalan lämpötilan takia, joten kääreestä ei tapahdu merkittävästi haihtumista jääkaapissa. Varjoisalla parvekkeella sen sijaan on tuulen aiheuttamia ilmavirtauksia ja suhteellinen ilmankosteus on matalampi kuin jääkaapissa, sillä ilma on todennäköisesti absoluuttisesti kuivempaa kuin jääkaapissa ja lisäksi lämpötila on korkeampi. Tämän takia parvekkeella kääreestä haihtuu merkittävästi enemmän vettä kuin jääkaapissa, mikä selittää sen, miksi paperikääre tehosti jäähtymistä enemmän parvekkeella kuin jääkaapissa. 2 p. (yht. 4 p.)

- 11.3 Lämmönsiirtymisteho on sitä suurempi, mitä suurempi lämpötilaero kahden systeemin välillä on. Jääkylpy on matalammassa lämpötilassa kuin esimerkiksi jääkaapin sisäilma, joten astioista siirtyy pois lämpöä nopeammin jääkylvyssä kuin jääkaapissa. 1 p. (yht. 1 p.)

Lisäksi jääkylvyssä astiat ovat kosketuksissa veteen eivätkä ilmaan toisin kuin jääkaapissa, ja vesi johtaa lämpöä paremmin kuin ilma. Myös tämän takia lämpö siirtyy nopeammin pois astioista jääkylvyssä. 1 p. (yht. 2 p.)

Kun suola liukenee veteen, veden sulamispiste laskee 1 p. (yht. 3 p.), sillä ionien vaikutuksesta vesimolekyylit eivät pääse muodostamaan kiderakennetta yhtä korkeassa lämpötilassa kuin ilman ioneja. Vesi ja jää pyrkivät kohti tasapainotilaa, missä niiden lämpötilat ovat samat ja sulaminen ja jäätyminen ovat tasapainossa, joten suolan lisäämisen seurauksena myös tasapainotilan lämpötila

on matalampi. Näin ollen vesi on siis kylmempää kuin ilman suolaa. Suurempi lämpötilaero veden ja astioiden välillä aiheuttaa suuremman lämmönjohtumistehon, joten astiat jäähtyvät nopeammin. 1 p. (yht. 4 p.)

11.4 Oletetaan oluen ominaisuudet samoiksi kuin veden ominaisuudet.

$$V_o = 1,0 \ell = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho_o = 1,0 \frac{\text{kg}}{\ell} = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c_o = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$\Delta T = 25^\circ\text{C} - 9^\circ\text{C} = 16^\circ\text{C}$$

Kun olut jäähtyy lämpötilasta 25°C lämpötilaan 9°C , se luovuttaa siis lämpömäärän

$$Q_L = c_o m_o \Delta T = c_o \rho_o V_o \Delta T \quad \text{1 p. (yht. 1 p.)}$$

Oletetaan, että kun alkutilanteessa kansi suljetaan, astian sisälle ei jää lainkaan kaasua, vaan kansi koskettaa nesteen pintaa. Kun kantta nostetaan, olutta alkaa höyrystyä muodostuneeseen tilaan. Höyrystyminen jatkuu, kunnes höyry on täysin kylläistä. 1 p. (yht. 2 p.) Lopputilanteessa lämpötila on 9°C , ja sitä vastaava kylläisen vesihöyryn tiheys ρ_h saadaan taulukosta. Merkitään putken pohjan sädettä R :llä ja Δh :llä matkaa, joka kantta nostetaan.

$$\rho_h = 8,82 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 8,82 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{1 p. (yht. 3 p.)}$$

$$r = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$R = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

Lämpömäärä, jonka oluen haihtuminen sitoo, on siis

$$\begin{aligned} Q_V &= r m_h \\ &= r \rho_h V_h \\ &= r \rho_h \pi R^2 \Delta h \quad \text{1 p. (yht. 4 p.)} \end{aligned}$$

Oletetaan, että lämpövuodot ovat vähäiset. Energian säilymisen nojalla luovutettu lämpömäärä on yhtä suuri kuin vastaanotettu lämpömäärä. 1 p. (yht. 5 p.)

$$\begin{aligned}
 Q_V &= Q_L \\
 r\rho_h\pi R^2\Delta h &= c_o\rho_oV_o\Delta T \\
 \Delta h &= \frac{c_o\rho_oV_o\Delta T}{r\rho_h\pi R^2} \quad \text{1 p. (yht. 6 p.)} \\
 &= 297,375 \dots \text{ m}
 \end{aligned}$$

Ratkaistaan oluen korkeus astiassa.

$$\begin{aligned}
 V_o &= \pi R^2 h_1 \\
 h_1 &= \frac{V_o}{\pi R^2} \quad \text{1 p. (yht. 7 p.)} \\
 &= 0,088419 \dots \text{ m}
 \end{aligned}$$

Putken korkeuden pitäisi olla siis

$$h_1 + \Delta h = 297,463 \dots \text{ m} \approx 300 \text{ m.} \quad \text{1 p. (yht. 8 p.)}$$

Vastaus: Putken korkeuden pitäisi olla 300 m.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita ratkaisussa!