



# YO-MALLIVASTAUKSET FYSIKKA KEVÄT 2019

## Tiesitkö tämän?



**60 % PK-seudun lukioista** käyttää Mafynettiä!  
**Mafynetti-oppimateriaaleja** saa nyt myös  
lukion 1. vuoden kursseille

# MAFYNETTI

## **MALLIVASTAUSTEN TEKIJÄT:**

Mallivastausten laatimisesta ovat vastanneet diplomi-insinööri Antti Suominen ja filosofian maisteri Teemu Kekkonen.

Nykyään Teemu vastaa MAFY:n kursseista PK-seudun ulkopuolella ja Antti vastaa Mafynetin oppimateriaalien kehityksestä. Muut mallivastaustiimin jäsenet ovat Sakke Suomalainen, Matti Virolainen, Viljami Suominen, Timo Kalinainen, sekä Tuomas Hauvala.

**MAFY-VALMENNUS** on Helsingissä toimiva, matematiikan ja luonnontieteiden opetukseen ja oppimateriaaleihin erikoistunut yritys.

## **PALVELUITAMME OVAT:**

- Mafynetti - sähköinen oppimateriaali
- Lääketieteellisen valmennuskurssit
- DI-valmennuskurssit
- Yo-kokeisiin valmentavat kurssit.

Julkaisemme internet-sivuillamme kaiken palautteen, jonka asiakkaat antavat kursseistamme. Näin varmistamme, että palveluistamme kiinnostuneilla ihmisillä on mahdollisuus saada tarkka ja rehellinen kuva siitä, mitä meiltä voi odottaa.

## **KÄYTTÖEHDOT**

Tämä asiakirja on tarkoitettu yksityishenkilöille opiskelukäyttöön. Kopion tästä asiakirjasta voi ladata osoitteesta [www.mafyvalmennus.fi](http://www.mafyvalmennus.fi). Käyttö kaikissa kaupallisissa tarkoituksissa on kielletty. Lukion fysiikan opettajana voit käyttää tätä tehtäväpakettia oppimateriaalina lukiokursseillasi. Nämä mallivastaukset ovat Antti Suominen Oy:n omaisuutta.

## **MAFY-VALMENNUKSEN YHTEYSTIEDOT:**

<https://mafyvalmennus.fi/yhteydenotto>

## Koetehtävät

[Klikkaa tästä nähdäksesi kokeen esikatselutilassa.](#)

### Linkit malliratkaisuihin

<a href="#">Ratkaisu tehtävään 1</a>	2
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 2</a>	7
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 3</a>	9
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 4</a>	12
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 5</a>	15
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 6</a>	17
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 7</a>	20
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 8</a>	23
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 9</a>	26
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 10</a>	30
<a href="#">Ratkaisu tehtävään 11</a>	35

Malliratkaisut päivitetty 28. tammikuuta 2026 klo. 13:11.

## 1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

Valitse jokaisessa kohdassa (1.1.–1.10.) oikea vaihtoehto. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1. Raskas lipasto on vaakasuoralla lattialla. Liisa yrittää siirtää lipastoa työntämällä sitä lattiaa pitkin, mutta lipasto ei lähde liikkeelle. Mikä estää lipaston liikkeellelähdön? (2 p.)

- Lipaston hitaus
- Lipaston paino
- Liukukitka
- **Lepokitka**

2p

Lipasto on lattian suhteen paikoillaan, joten jos lipastoa työnnetään lattian suuntaisesti, lattian ja lipaston jalkojen välinen lepokitka pyrkii pitämään lipaston paikallaan.

1.2. Saunan kiukaassa on 50 kg kiviä ja padassa on 50 litraa vettä. Alkutilanteessa kivet ja vesi ovat huoneenlämpötilassa. Kun sauna lämmitetään, kivien loppulämpötilaksi tulee 120 °C ja veden loppulämpötilaksi 90 °C. Mikä vaihtoehto on oikein? (2 p.)

- Kiviin siirtyi enemmän lämpöä kuin veteen.
- **Veteen siirtyi enemmän lämpöä kuin kiviin.**
- Kiviin ja veteen siirtyi suunnilleen yhtä paljon lämpöä.
- Kiviin ja veteen siirtyvät lämmöt riippuvat siitä, kuinka nopeasti sauna lämpeni.

2p (4p)

Kivien ja veden massa ovat likimain yhtä suuret. Huoneenlämpö on noin 20 °C, eli kivet lämpeävät n. 100 °C ja vesi n. 70 °C. Kivilajia ei ole määritelty, joten kiven ominaislämpökapasiteetti täytyy arvioida. Taulukkoaineistossa on annettu hiekan, graniitin ja kvartsin ominaislämpökapasiteetit, jotka kaikki ovat selvästi alle 1 kJ/(kg · K). Veden ominaislämpökapasiteetti on 4,19 kJ/(kg · K).

Jos kivien ominaislämpökapasiteetiksi oletetaan 1 kJ/(kg · K) ja lämpötilojen muutoksiksi yllä mainitut, kiviin siirtyy lämpöä 5000 kJ ja veteen 14700 kJ. Vaikka oletuksiin liittyy epävarmuutta, voidaan hyvällä varmuudella olla sitä mieltä, että veteen siirtyy enemmän lämpöä kuin kiviin.

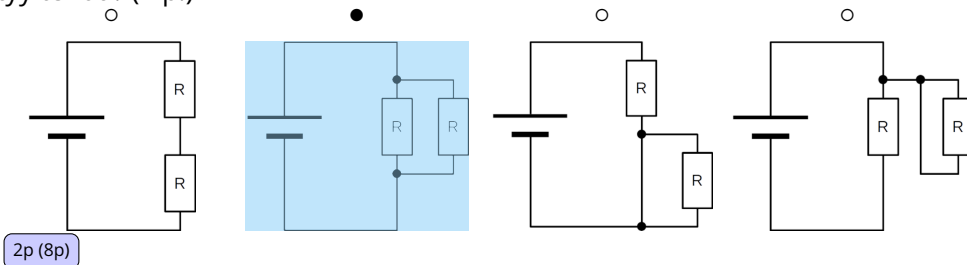
1.3. Pulpetissa on puinen kansi ja teräsjalat. Miksi pulpetin jalat tuntuvat käteen kylmemmältä kuin kansi? (2 p.)

- **Metalli johtaa lämpöä pois iholta nopeammin kuin puu.**
  - Teräksellä on pienempi ominaislämpökapasiteetti kuin puulla.
  - Metallia on huoneenlämmössä puuta kylmempää.
  - Metallia jäähtyy sitä kosketettaessa nopeammin kuin puu.

2p (6p)

Puu ja teräs ovat molemmat samassa lämpötilassa kuin huoneilma. Ihon lämpöaistimus ei kuitenkaan perustu suoraan lämpötilaan vaan siihen, kuinka nopeasti iholta poistuu lämpöä. Metallia tuntuu kylmemmältä, sillä sen kyky johtaa lämpöä pois iholta ja siten jäähdyttää siihen koskevaa kättä on parempi kuin puulla.

1.4. Pienitehoinen sähkölämmitin koostuu vakiojännitelähteestä ja siihen kytketystä vastuksesta R, jonka resistanssi ei riipu jännitteestä. Lämmittimen teho halutaan kaksinkertaistaa lisäämällä kytkentään toinen samanlainen vastus. Miten kytkentä täytyy tehdä? (2 p.)



2p (8p)

Kun vastukset kytketään rinnan, niiden kummankin yli on sama jännite (sama kuin alkuperäisessä yhden vastuksen kytkennässä). Kummankin vastuksen tehonkulutus on nyt sama kuin alkuperäisen vastuksen:  $P = \frac{U^2}{R}$ .

1.5. Liikemäärän säilyminen on laki, josta ei tunneta poikkeuksia. Matti heittää pallon maahan, pallo pomppaa takaisin, ja Matti ottaa siitä kopin. Mikä on systeemi, jonka liikemäärä säilyy koko tapahtuman ajan? (2 p.)

- Pallo ja Matti
- Pallo ja maapallo
- Maapallo ja Matti
- **Pallo, Matti ja maapallo**

2p (10p)

Systemin liikemäärä säilyy, jos siihen vaikuttavien ulkoisten voimien summa on nolla. Matti, pallo ja Maapallo kohdistavat kaikki toisiinsa voimia, joten jos yksikin jättään systeemin ulkopuolelle, systeemiin kohdistuu ulkoisia voimia. Näin ollen ainoa systeemi, jonka liikemäärä säilyy koko tapahtuman ajan on se, mihin kuuluvat pallo, Matti ja Maapallo.

1.6. Missä suorituksessa urheilijan mekaanista energiaa voidaan pitää lähes vakiona? (2 p.)

• **Uimahypyssä hyppääjän ilmalennon aikana.**

- Pikajuoksussa koko juoksun ajan eli lähdön, kiihdytysvaiheen ja tasaisella nopeudella juoksun ajan.
- Nopeuslaskussa, kun laskija tulee rinnettä alas tasaisella nopeudella.
- Korkeushypyssä koko hypyn ajan eli vauhdinoton, ponnistuksen ja ilmalennon ajan.

2p (12p)

Uimahyppääjän ilmalennon aikana hyppääjän potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi. Hyppääjän nopeus pysyy kohtuullisen pienenä, joten ilmanvastuksen vaikutus on pieni. Pikajuoksijan ja korkeushyppääjän suorituksiin kuuluu vauhdinotto juoksemalla, jolloin urheilijan nopeus muuttuu mutta korkeus ei – tällöin mekaaninen energia ei säily. Nopeuslaskijan laskiessa tasaisella nopeudella hänen potentiaalienergiansa muuttuu mutta liike-energia ei, joten mekaaninen energia ei säily. Energiaa kuluu vastusvoimien tekemään työhön – laskijaa jarruttavat sekä kitka että vauhdin myötä kasvanut ilmanvastus.

1.7. Köyden molemmista päistä aletaan lähettää jatkuvaa aaltoliikettä. Aaltoliikkeet etenevät kuvan mukaisesti toisiaan kohti, ja ne ovat aallonpituudeltaan ja amplitudiltaan yhtä suuret. Mitä tapahtuu aaltoliikkeiden yhdistyessä? (2 p.)



- Ne sammuttavat toisensa ja aaltoliike lakkaa.
- Ne törmäävät ja kimpoavat takaisin tulosuuntaansa.
- **Köyteen syntyy seisova aaltoliike.**

- Aallot summautuvat siten, että summa-aallon aallonpituus on puolet alkupe-  
räisestä.

2p (14p)

Seisovan aallon syntyä ei yleensä perustella lukion fysiikassa, koska varsinkin ma-  
temaattinen perustelu on monimutkainen. Kurssilla kuitenkin kerrotaan ja demon-  
stroidaan tilanne, jossa ilmiö syntyy: Kun kaksi vastakkaisiin suuntiin etenevää aaltoa  
kohtaavat ja niillä on sama aallonpituus ja amplitudi, syntyy seisova aalto.

1.8. Kestomagneetin avulla voidaan indusoida jännite käämiin. Missä tapauksessa jänni-  
tettä ei synny? (2 p.)

- Kestomagneetti viedään paikallaan olevan käämin sisään.
- **Kestomagneetti on paikallaan käämin sisällä.**
- Kestomagneetti otetaan pois paikallaan olevan käämin sisältä.
- Kestomagneetti on paikallaan ja käämi viedään magneetin ympärille.

2p (16p)

Käämiin indusoituu jännite silloin, kun käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu. Muis-  
sa paitsi oikeaksi merkityssä vaihtoehdossa kestomagneetti ja käämi liikkuvat tois-  
tensa suhteen, jolloin käämin läpi kulkeva magneettivuo muuttuu. Magneetin olles-  
sa paikallaan käämin sisällä magneettivuo ei muutu, jolloin myöskään jännitettä ei  
indusoidu.

1.9. Mikä seuraavista suureista voidaan määrittää fotonille? (2 p.)

- Lepomassa
- Sähkövaraus
- **Energia**
- Lämpötila

2p (18p)

Fotonit ovat varauksettomia ja massattomia hiukkasia. Lämpötila on makrotason  
suure, jota ei käytetä yksittäisten hiukkasten tapauksessa.

1.10. Mikä vuorovaikutus pitää atomiytimen koossa? (2 p.)

- **Vahva vuorovaikutus**
- Heikko vuorovaikutus
- Sähkömagneettinen vuorovaikutus

- Gravitaatio

2p (20p)

Vahva vuorovaikutus sitoo toisiinsa kvarkit, joista nukleonit (protonit ja neutronit) koostuvat. Vierekkäisten nukleonien kvarkit vuorovaikuttavat myös keskenään, mikä takia nukleonit vetävät toisiaan puoleensa.

## 2. Lämmönsiirtyminen (15 p.)

Tarkastele tavallisella kameralla ja lämpökameralla otettuja kuvia 2.A, 2.B ja 2.C ja tee niiden avulla tehtävät 2.1.–2.3.

Aineisto:

- 2.A [Kuva: Tapaus A](#)
- 2.B [Kuva: Tapaus B](#)
- 2.C [Kuva: Tapaus C](#)

- 2.1. Kuvassa 2.A henkilö pitää sormiaan eri materiaalia olevien kappaleiden päällä. Mihin lämmönsiirtymistapaan kuva liittyy? Miksi vasemmanpuoleinen kappale on lämmennyt eri tavalla kuin oikeanpuoleinen? (5 p.)
- 2.2. Kuvassa 2.B astiassa olevaan kirkkaaseen veteen on upotettu toinen astia, jossa on punaiseksi värjättyä vettä. Mihin lämmönsiirtymistapaan kuva liittyy? Mitä voit päätellä kirkkaan ja punaisen veden lämpötiloista? Miksi värjätty vesi muodostaa kerroksen kirkkaan veden päälle? (5 p.)
- 2.3. Kuvassa 2.C henkilö ottaa itsestään kuvan ikkunalasin heijastuksesta ensin tavallisella kameralla ja sitten lämpökameralla. Mihin lämmönsiirtymistapaan kuva liittyy? Miksi henkilö näkyy tässä lämpökamerakuvassa? (5 p.)

*Ratkaisu.*

- 2.1 Kuvattu tilanne liittyy lämmön johtumiseen. 2p  
Vasemman puoleinen kappale on kuvassa vaaleampi kuin oikean puoleinen kappale, joten se on lämmennyt enemmän. Tämä johtuu siitä, että vasemman puoleisen kappaleen (näyttää metalliselta) lämmönjohtokyky on parempi kuin oikean puoleisen kappaleen (näyttää puiselta), minkä seurauksena lämpöä on johtunut sormesta enemmän vasemman puoleiseen kappaleeseen kuin oikean puoleiseen kappaleeseen. 3p (5p)
- 2.2 **Tämän kohdan tilanne on hieman monimutkaisempi kuin mitä luultavasti oli tarkoitettu. Katso lisäselitys ratkaisun lopusta.**  
Kuva liittyy lämmön kuljettumiseen. 2p  
**Lämmön kuljettuminen eli konvektio tarkoittaa lämmön siirtymistä liikkuvan aineen mukana.**  
Painovoiman vaikutuksesta kevyempi neste nousee ylemmäs ja raskaampi neste painuu alemmas. Tästä voidaan päätellä, että kirkas vesi on tiheämpää kuin värjätty vesi.

Värjätty vesi muodostaa kerroksen kirkkaan veden päälle, sillä sen tiheys on pienempi. 2p (4p)

Tiheysero johtuu nesteiden lämpötilaerosta: Koska värjätyn veden tiheys on pienempi kuin kirkkaan veden, värjätty vesi on lämpimämpää. 1p (5p)

Lisäselitys tilanteen monimutkaisuudesta:

Veden tiheys on suurimmillaan 4 °C:en lämpötilassa ja tiheys pienenee, kun lämpötila pienenee 4 °C:sta lähtien. Toisaalta veden tiheys pienenee myös, kun veden lämpötila kasvaa 4 °C:sta lähtien. Tästä johtuen ei voida yleisesti sanoa, että lämpimämmän veden tiheys olisi pienempi kuin viileämmän veden.

Uskomme kuitenkin, ettei tehtävää oltu tarkoitettu näin vaikeaksi. Mielestämme alustavassa arvostelussa voi siis ehdottaa täysiä pisteitä, vaikka opiskelija olisi todennut tiheyden ja lämpötilan yhteydestä vain sen, että "lämpimämpi vesi on vähemmän tiheää". Tämän on linjassa YTL:n hyvän vastauksen piirteiden (luettu 16.3.2019) kanssa.

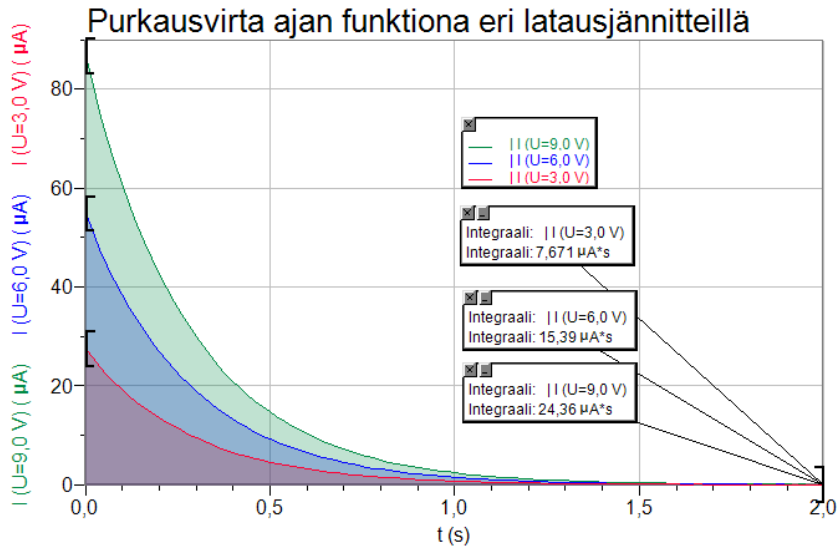
2.3 Kuva liittyy lämmön siirtymiseen säteilemällä. 2p

Henkilön iho on lämpimämpi kuin ympäröivä huoneilma tai toimistokalusteet, joten iho säteilee enemmän lämpöä kuin ympäristö. Lasi heijastaa hyvin lämpösäteilyä. Osa lämpösäteilystä menee lasin läpi, mutta osa heijastuu takaisin kohti kameraa. Kamera mittaa siihen osuvaa lämpösäteilyä, minkä takia kuva näkyy kamerassa.

3p (5p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.





Huom! Kaikki mittaussarjat voi piirtää samaan kuvaan tai kolme erillistä kuvaa. Käytetyn pinta-alanmääritysmenetelmän yksityiskohdat ilmenevät tosin jo yhdestä mittaussarjasta. Näin ollen myös se riittää, kun näyttää kuvan yhdestä mittaussarjasta ja toteaa, että muut varaukset on laskettu samalla tavalla. Suosittelemme kuitenkin varmuuden vuoksi liittämään ratkaisuun kaikki kuvat silloin, kun siihen ei kulu kohtuuttomasti aikaa.

$$U_3 = 3,0 \text{ V} : \quad Q_3 = 7,67 \mu\text{C}$$

$$U_6 = 6,0 \text{ V} : \quad Q_6 = 15,39 \mu\text{C}$$

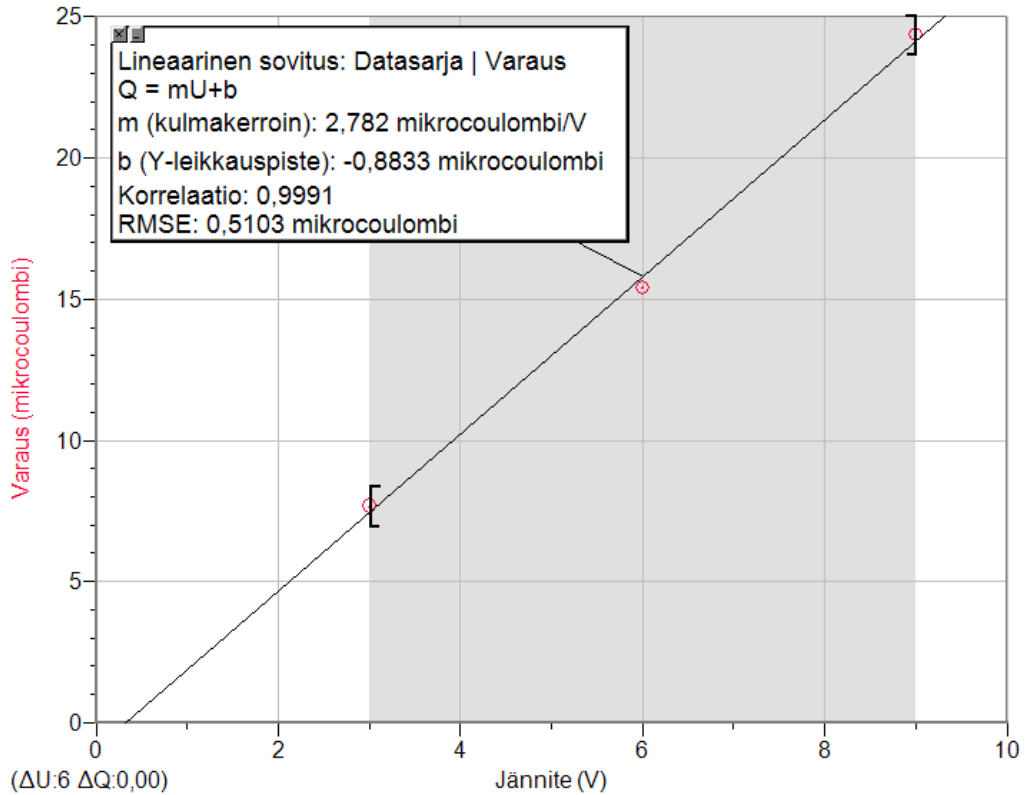
$$U_9 = 9,0 \text{ V} : \quad Q_9 = 24,36 \mu\text{C}$$

4p (6p)

Kondensaattorilain mukaan kondensaattorin varauksen  $Q$  ja jännitteen  $U$  välillä on yhteys

$$Q = CU,$$

missä  $C$  on kondensaattorin kapasitanssi. Piirretään jännitteet ja lasketut varaukset  $UQ$ -koordinaatistoon ja sovitetaan niihin suora. Kondensaattorilain nojalla suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta saadaan kondensaattorin kapasitanssi.



6p (12p)

**Vastaus:** Kondensaattorin kapasitanssi on  $2,8 \mu\text{F}$ . 3p (15p)

Pisteytyksestä: Jos on laskenut kunkin jännitteen ja varauksen avulla kapasitanssit erikseen ja ottanut niistä keskiarvon sen sijaan, että olisi sovittanut suoran: -3p.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

#### 4. Vaunujen törmäyksiä (15 p.)

Törmäyksiä tutkittiin kahden herkästi vaakasuoralla kiskolla liikkuvan vaunun avulla. Vaunujen paikkoja mitattiin ultraäänianturien avulla. Vaunut törmäytettiin siten, että törmäys olisi mahdollisimman kimmoisin. Tämän mittauksen data on aineistossa 4.A.

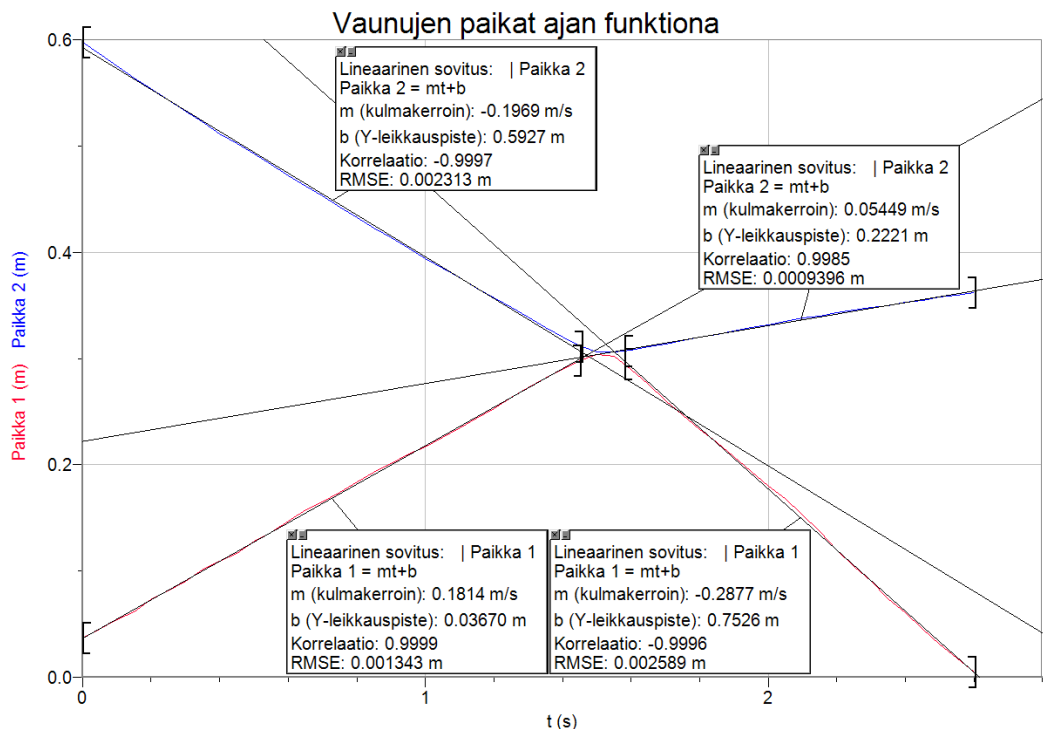
Aineisto:

##### 4.A [Mittausaineisto: Törmäys](#)

- 4.1. Esitä kuvaajat vaunujen paikasta törmäyksen aikana (aineisto 4.A). Määritä vaunujen nopeudet ennen törmäystä ja törmäyksen jälkeen. (7 p.)
- 4.2. Laadi ennuste siitä, miten vaunujen yhteenlaskettu liikemäärä ja yhteenlaskettu liike-energia muuttuisivat (täysin) kimmoisassa törmäyksessä. Vertaa ennustetta mitattuun törmäykseen (aineisto 4.A). Vaunun 1 massa on 606 g ja vaunun 2 massa on 1126 g. (8 p.)

*Ratkaisu.*

- 4.1. Piirretään kysytyt vaunujen paikkojen kuvaajat ajan funktiona.



4p

Merkitään vaunujen nopeuksia ennen törmäystä  $v_1$ :llä ja  $v_2$ :lla sekä törmäyksen jälkeen  $u_1$ :llä ja  $u_2$ :lla. Sovitetaan suorat kuvaajiin ennen ja jälkeen törmäyksen. Vaunujen nopeudet saadaan  $tx$ -koordinaatistoon sovitettujen suorien fysikaalisista kulmakertoimista. 1p (5p)

$$\begin{aligned} v_1 &= 0,1814 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,181 \frac{\text{m}}{\text{s}} & u_1 &= -0,2877 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -0,288 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= -0,1969 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -0,197 \frac{\text{m}}{\text{s}} & u_2 &= 0,05449 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,0545 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

**Vastaus:** Vaunujen nopeudet ennen törmäystä ovat  $v_1 = 0,181 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ja  $v_2 = -0,197 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Törmäyksen jälkeen nopeudet ovat  $u_1 = -0,288 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ja  $u_2 = 0,0545 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . 2p (7p)

**Huom!** Riippuen siitä, miten valitsi ohjelmassa suoran sovituksen alueen rajat, vastaukset voivat hieman vaihdella kolmen numeron tarkkuudella. Vastaukset tulisi hyväksyä myös kahdella merkitsevällä numerolla.

- 4.2. Oletetaan, ettei törmäyksen aikana vaunuihin vaikuta merkittäviä ulkoisia voimia. Tällöin törmäyksessä systeemin yhteenlasketun liikemäärän tulisi säilyä. Koska törmäys on (täysin) kimmoisa, myös vaunujen yhteenlasketun liike-energian tulisi säilyä. 2p

Täten ennuste on, että

$$\begin{aligned} \Delta p &= 0 \\ \Delta E_k &= 0. \end{aligned}$$

2p (4p)

$$\begin{aligned} m_1 &= 606 \text{ g} = 0,606 \text{ kg} \\ m_2 &= 1126 \text{ g} = 1,126 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Lasketaan kuvaajasta mitattujen nopeuksien ja tehtävänannossa annettujen massojen avulla vaunujen muodostaman systeemin liikemäärä ennen törmäystä ja törmäyksen jälkeen:

$$\begin{aligned} p_e &= m_1 v_1 + m_2 v_2 = -0,11178 \dots \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \\ p_j &= m_1 u_1 + m_2 u_2 = -0,11299 \dots \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Vastaavasti voidaan laskea systeemin yhteenlaskettu liike-energia ennen törmäystä ja törmäyksen jälkeen:

$$E_e = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = 0,03179 \dots \text{ J}$$

$$E_j = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = 0,02675 \dots \text{ J}$$

Liikemäärän suhteellinen muutos on

$$\frac{p_j - p_e}{p_e} = 0,0108 \dots \approx 1,1\%.$$

Vastaavasti energian suhteellinen muutos on

$$\frac{E_j - E_e}{E_e} = -0,1587 \dots \approx -16\%.$$

**Vastaus:** Ennuste oli, että liikemäärä säilyy. Laskelmien perusteella liikemäärä säilyy törmäyksessä varsin hyvällä tarkkuudella ja tältä osin ennusteen voidaan katsoa pitävän paikkansa. 2p (6p)

Ennuste oli, että liike-energia säilyy. Laskelmien perusteella vaunujen yhteenlaskettu liike-energia pienenee törmäyksessä, joten ennuste ei tältä osin toteudu.

2p (8p)

Kohdassa 4.2. sijoitettiin kohdasta 4.1. saadut nopeudet neljän numeron tarkkuudella, koska ohjelma antoi tulokset sillä tarkkuudella. Vanhassa paperisessä yo-kokeessa kuvaajalta oli hyväksyttävää lukea arvoja vain kuvaajan lukematarkkuudella. Sen sijaan tietokoneohjelman antamat arvot, kuten sovitettujen suoran kulmakertoimen, ovat rinnastettavissa laskimen antamiin välituloksiin, joten niitä ei ole syytä pyöristää, jos niitä käytetään vielä tulevissa laskelmissa. Päinvastoin: jos ohjelma antaa turhan vähän merkitseviä numeroita, niiden määrä on syytä lisätä ohjelman asetuksista.

## 5. Benji-hyppy (15 p.)

Videolla 5.A on esitetty benji-hyppy nosturin lavalta joustavan köyden varaan. Kuvaajat aineistossa 5.B esittävät erään toisen benji-hyppääjän liikesuureita ajan funktiona. Vastaa aineiston 5.B perusteella tehtäviin 5.1.–5.7.

Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et haluaakaan jättää tehtävää arvostelltavaksi, merkitse jokaiseen väittämään vaihtoehto "En vastaa".

Aineisto:

5.A [Video: Benji-hyppy](#)

5.B [Kuva: Benji-hypyn liikesuureiden kuvaajat](#)

5.1. Hyppääjä on ratansa alimmassa kohdassa hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.2. Köysi on täysin löystyneenä hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.3. Hyppääjän kiihtyvyys on suurimmillaan hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.4. Köyden jännitysvoima ja hyppääjän paino kumoavat toisensa ensimmäisen kerran hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.5. Hyppääjä ohittaa värähtelyn tasapainoaseman ensimmäisen kerran hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.6. Köysi pysyy jännittyneenä tästä hetkestä eteenpäin (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

5.7. Hyppääjän liike-energia on suurin hetkellä (3 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa

*Ratkaisu.*

5.1. Hyppääjä on ratansa alimmassa kohdassa hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p

5.2. Köysi on täysin löystyneenä hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p (4p)

Kun köysi on löystyneenä, se ei kohdistu hyppääjään mitään voimaa. Tällöin hyppääjään kohdistuu ainoastaan maan vetovoima ja hyppääjällä on normaali putoamiskiihtyvyyden alapää.

5.3. Hyppääjän kiihtyvyyden suurimmillaan hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p (6p)

5.4. Köyden jännitysvoima ja hyppääjän paino kumoavat toisensa ensimmäisen kerran hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p (8p)

Kun köyden jännitysvoima ja hyppääjän paino kumoavat toisensa, hyppääjään kohdistuva kokonaisvoima on nolla, jolloin Newtonin II lain mukaan hyppääjän kiihtyvyyden on nolla.

5.5. Hyppääjä ohittaa värähtelyn tasapainoaseman ensimmäisen kerran hetkellä (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p (10p)

Värähtelyn tasapainoasemassa hyppääjään kohdistuvien voimien summa on nolla. Tällöin hänen kiihtyvyytensä on myös nolla ja toisaalta hänen vauhtinsa on suurimmillaan.

5.6. Köysi pysyy jännittyneenä tästä hetkestä eteenpäin (2 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 2p (12p)

Hetken  $t_e$  jälkeen hyppääjä ei enää saavuta putoamiskiihtyvyyttä. Häneen kohdistuu siis painovoiman lisäksi köyden jännitysvoima.

5.7. Hyppääjän liike-energia on suurin hetkellä (3 p.)

$t_a$    $t_b$    $t_c$    $t_d$    $t_e$    $t_f$   En vastaa 3p (15p)

Hyppääjän liike-energia on muotoa  $\frac{1}{2}mv^2$  eli liike-energia on sitä suurempi mitä suurempi hyppääjän nopeus on. Hyppääjän paikalla tai kiihtyvyydellä ei ole merkitystä.

Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei edellytetä koevastauksessa.

## 6. Nopeusvalitsin (15 p.)

Nopeusvalitsimia käytetään muun muassa elektronimikroskoopeissa ja massaspektrometreissa.

Aineisto:

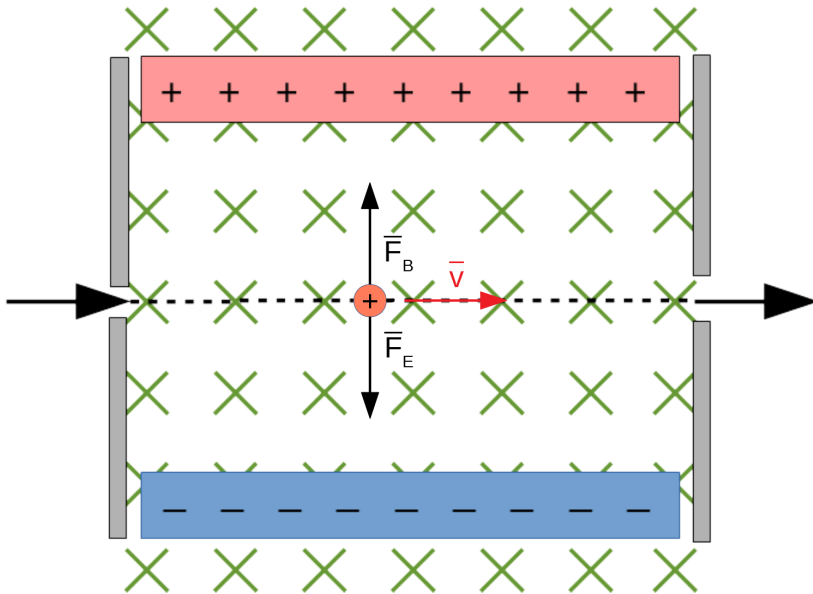
### 6.A [Kuva: Nopeusvalitsin](#)

- 6.1. Nopeusvalitsimen avulla saadaan valittua hiukkassuihkusta kaikki halutulla nopeudella liikkuvat varatut hiukkaset, joiden lentorata kulkee suoraan nopeusvalitsimen sähkö- ja magneettikenttien läpi. Selitä nopeusvalitsimen fysikaalinen toimintaperiaate kuvan 6.A avulla. Esitä vastauksessasi kuva varattuun hiukkaseen vaikuttavista voimista. (11 p.)
- 6.2. Eräessä massaspektrometrimittauksessa halutaan erottaa nopeudella 230 km/s kulkevat  $\text{Ne}^+$ -ionit. Nopeusvalitsimen sähkökentän voimakkuus on 132 kV/m. Mihin arvoon nopeusvalitsimen magneettikentän magneettivuon tiheys pitää asettaa, jotta halutulla nopeudella etenevät ionit saadaan erotettua ionisuihkusta? (4 p.)

*Ratkaisu.*

- 6.1. Nopeusvalitsimessa on toisiaan vastaan kohtisuorassa magneettikenttä ja sähkökenttä. Nämä kentät ovat myös kohtisuorassa nopeusvalitsimeen saapuvan varatun hiukkaseen nopeutta vastaan. Kenttien suunnat on valittu siten, että nopeudella  $\vec{v}$  kenttään tulevaan varattuun hiukkaseen (varaus  $Q$ ) kohdistuvat sähköinen voima  $\vec{F}_E$  ja magneettinen voima  $\vec{F}_B$  ovat toisilleen vastakkaisuuntaiset.

Alla oleva kuva havainnollistaa suoraan läpi kulkevan positiivisesti varattuun hiukkaseen vaikuttavia voimia. Negatiivisesti varatun hiukkaseen tapauksessa voimien suunnat ovat päinvastaiset. Voimat siis kumoavat toisensa myös tällöin, eikä varauksella näin ole merkitystä.



6p

Newtonin toisen lain perusteella varattu hiukkanen lentää suuntaansa muuttamatta nopeudenvälitsimen läpi, kun siihen vaikuttavien voimien (sähköinen ja magneettinen voima) summa on nolla, eli

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= \vec{0} \\ \vec{F}_B + \vec{F}_E &= \vec{0} \\ F_B - F_E &= 0\end{aligned}$$

Sijoitetaan  $F_B = QvB$  ja  $F_E = QE$ .

$$QvB - QE = 0$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Jos hiukkanen nopeus on juuri  $v = \frac{E}{B}$ , se etenee suoraviivaisesti nopeusvälitsimen läpi. 3p (9p)

Jos hiukkanen nopeus on tätä suurempi, magneettinen voima on sähköistä voimaa suurempi ja hiukkanen kaartuu magneettisen voiman osoittamaan suuntaan. Jos hiukkanen nopeus on vastaavasti tätä pienempi, se kaartuu sähköisen

voiman vaikutussuuntaan. 2p (11p)

Valitsemalla sopivat magneettivuon tiheyden  $B$  ja sähkökentän voimakkuuden  $E$  arvot saadaan nopeusvalitsin päästämään läpi vain juuri halutulla nopeudella liikkuvat hiukkaset.

6.2.

$$E = 132 \text{ kV/m} = 132 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$
$$v = 230 \text{ km/s} = 230 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Edellisen kohdan perusteella

$$v = \frac{E}{B}$$
$$B = \frac{E}{v}$$
$$= 0,573913 \text{ T}$$
$$\approx 0,57 \text{ T}$$

**Vastaus:** Magneettivuon tiheydeksi pitää asettaa 0,57 T. 4p

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

## 7. Olkiluodon ydinvoimala (15 p.)

Tutustu tehtävän aineistoihin 7.A ja 7.B ja tee niiden pohjalta tehtävät 7.1.–7.3.

Aineisto:

7.A [Teksti: Olkiluoto 3 -ydinvoimala](#)

7.B [Taulukko: Tietoja isotoopeista](#)

- 7.1.  $^{235}\text{U}$ -isotoopin fissioreaktiossa voi syntyä useita eri tytärydinpareja, kun isotooppia pommitetaan ydinreaktorissa neutroneilla. Valitse yksi mahdollinen  $^{235}\text{U}$ -isotoopin fissioreaktio, jossa toinen tytärytimistä on  $^{96}\text{Zr}$  ja joka mahdollistaa ketjureaktion jatkumisen ydinreaktorissa. Esitä valitsemasi hajoamisen reaktioyhtälö. (4 p.)
- 7.2. Määritä, kuinka paljon energiaa vapautuu kohdassa 7.1. valitsemassasi fissioreaktiossa. (6 p.)
- 7.3. Kuinka paljon  $^{235}\text{U}$ -isotoopin uraania tarvitaan, jotta ydinvoimala voi käydä täydellä teholla kuukauden ajan yhtäjaksoisesti? Anna vastaus kilogrammoina. (5 p.)

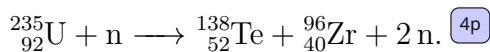
*Ratkaisu.*

- 7.1. Reaktiossa varaus säilyy, joten mahdollisissa reaktioissa toisen tytärytimen järjestysluvun täytyy olla uraanin järjestysluvun (92) ja zirkoniumin järjestysluvun (40) erotus, eli  $Z = 92 - 40 = 52$ . Kyseessä on siten telluuri (Te).

Reaktioissa myös massaluku säilyy. Uraanin massaluku on 235 ja siihen osuvan neutronin massaluku on 1. Tehtävänannon mukaisen zirkoniumin massaluku on 96. Reaktion toisen tytärytimen sekä vapautuvien neutronien yhteenlaskettu massaluku on siten  $235 + 1 - 96 = 140$ .

Ketjureaktio voi teoriassa jatkua, mikäli reaktiossa vapautuu energiaa sekä tytärytimien lisäksi vähintään yksi neutroni. Todellisuudessa yleisimmät reaktiot ovat sellaisia, missä vapautuu kaksi tai kolme neutronia, ja ketjureaktion jatkumiseen tarvitaan käytännössä reaktioita, joissa vapautuu enemmän kuin yksi neutronia.

Valitaan reaktioksi



Varmasti hyväksyttäviä vaihtoehtoja ovat ylläolevan reaktion lisäksi ne, missä vapautuu yksi tai kolme neutronia. Ratkaisuksi pitäisi hyväksyä myös muut ehdot täyttävät reaktiot, joiden massaero on positiivinen huolimatta siitä, että reaktiot, joissa vapautuvien neutronien määrä on suurempi kuin 3, ovat todellisuudessa hyvin harvinaisia.

7.2. Lasketaan reaktion massaero.

$$\Delta m = m({}_{92}^{235}\text{U}_{\text{ydin}}) + m_{\text{n}} - (m({}_{52}^{138}\text{Te}_{\text{ydin}}) + m({}_{40}^{96}\text{Zr}_{\text{ydin}}) + 2 \cdot m_{\text{n}})$$

$$\Delta m = m({}_{92}^{235}\text{U}) - 92m_{\text{e}} + m_{\text{n}} - (m({}_{52}^{138}\text{Te}) - 52m_{\text{e}} + m({}_{40}^{96}\text{Zr}) - 40m_{\text{e}} + 2 \cdot m_{\text{n}})$$

$$\Delta m = m({}_{92}^{235}\text{U}) - m({}_{52}^{138}\text{Te}) - m({}_{40}^{96}\text{Zr}) - m_{\text{n}}$$

$$\begin{aligned}\Delta m &= 235,043925 \text{ u} - 137,929409 \text{ u} - 95,908268 \text{ u} - 1,008665 \text{ u} \\ &= 0,197583 \text{ u}\end{aligned}$$

Lasketaan yhdessä reaktiossa vapautuva energia.

$$\begin{aligned}c &= 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ E_r &= \Delta mc^2 \\ &= 2,94876 \dots \cdot 10^{-11} \text{ J} \\ &= 184,0474 \dots \text{ MeV} \\ &\approx 184 \text{ MeV}\end{aligned}$$

**Vastaus:** Yhdessä reaktiossa vapautuva energia on 184 MeV. 6p

Jos käytti reaktiota, josta vapautui kolme neutronia, vapautuva energia on 180 MeV.

7.3.

$$\begin{aligned}N_A &= 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \\ M &= 235,043925 \frac{\text{g}}{\text{mol}}\end{aligned}$$

Aineistosta saadaan:

$$\begin{aligned}\eta &= 0,37 \\ P &= 1600 \text{ MW} = 1600 \cdot 10^6 \text{ W} \\ t &= 30 \text{ d} = 30 \cdot 24 \cdot 60^2 \text{ s}\end{aligned}$$

Reaktorissa tuotetun energian määrä on reaktioiden lukumäärän  $N$  ja yhdessä reaktiossa vapautuvan energian  $E_r$  tulo. Tästä lämpöenergiasta saatavan sähköenergian

määrä saadaan kertomalla tämä tulo voimalaitoksen hyötysuhteella  $\eta$ . Toisaalta voimalaitoksen kuukaudessa tuottama sähköenergian määrä on sähkötehon  $P$  ja ajan  $t$  tulo. Eli

$$\eta N E_r = Pt \quad (2p)$$

Sijoitetaan  $N = nN_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$ .

$$\begin{aligned} \frac{m}{M} \cdot N_A &= \frac{Pt}{\eta E_r} \\ m &= \frac{PtM}{\eta E_r N_A} \\ &= 148,356 \dots \text{ kg} \\ &\approx 150 \text{ kg} \end{aligned}$$

**Vastaus:** Uraania tarvitaan 150 kg. 3p (5p)

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

## 8. Kangastuksia (15 p.)

Kangastuksen voi nähdä horisontissa, kun ilmaan syntyy eri lämpötilassa olevia ilmakerroksia. Tutustu aineistoihin 8.A–8.D ja tee niiden pohjalta tehtävät 8.1.–8.2.

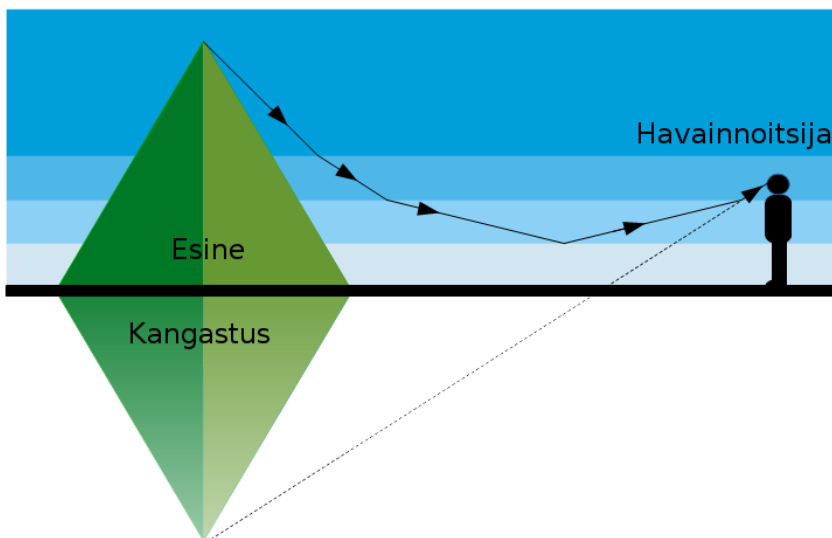
Aineisto:

- 8.A [Video: Alapuolinen kangastus asfalttitiellä](#)
- 8.B [Kuva: Mallikuva alapuolisen kangastuksen näkymisestä](#)
- 8.C [Video: Yläpuolinen kangastus merellä](#)
- 8.D [Kuva: Mallikuva yläpuolisen kangastuksen näkymisestä](#)

- 8.1. Kuumana kesäpäivänä voi näyttää siltä kuin asfalttietien vieressä oleva maisema heijastuisi tien pinnasta. Tällaista kangastusta sanotaan alapuoliseksi kangastukseksi, ja sellainen nähdään videolla 8.A. Selitä mallikuvan 8.B ja valon aalto- luonteen avulla, miten alapuolinen kangastus syntyy. (7 p.)
- 8.2. Merellä kangastus näkyy joskus meren pinnan yläpuolella, ja sellaista kutsutaan yläpuoliseksi kangastukseksi. Videolla 8.C on esitetty esimerkki yläpuolisesta kangastuksesta. Kerro lyhyesti, miten yläpuolinen kangastus syntyy. Täydennä mallikuvaa 8.D siten, että piirät nuolilla valon kulun pyramidin huipusta veneessä olevalle havaitsijalle, kun havaitsija näkee pyramidin yläpuolisena kangastuksena. Liitä muokkaamasi kuva kuvakaappauksella vastaukseen. (8 p.)

*Ratkaisu.*

- 8.1. **Kuvaa ei tarvinnut liittää tämän kohdan vastaukseen. Se on liitetty alle helpottamaan ratkaisun lukemista.**



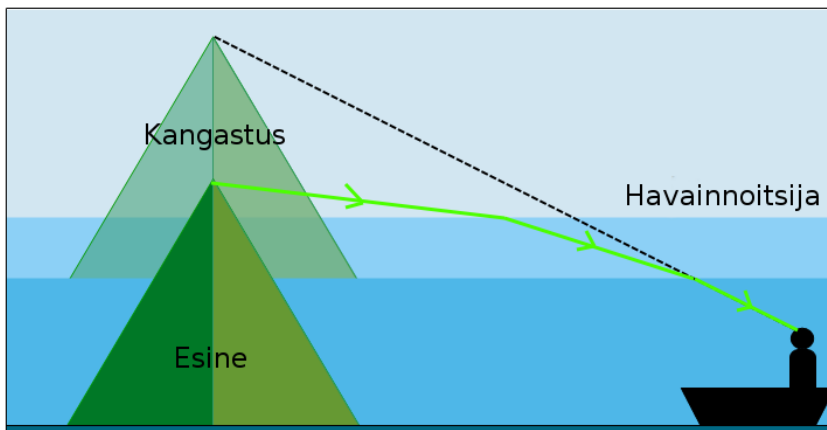
Kuumana kesäpäivänä maanpinta on kuuma, ja se lämmittää maanpinnan lähellä olevaa ilmaa. Ilma on siis lämpimämpää maanpinnan lähellä ja viilenee ylöspäin mentäessä. Suuremman lämpötilan kerroksissa tiheys on pienempi ja ilma on optisesti harvempaa. (2p)

Jos ei tiennyt, että harvempi ilma on myös optisesti harvempaa, sen pystyi päätellä kuvasta, koska siinä valonsäde taittuu pois päin normaalista tullessaan viileämmästä ilmakerroksesta lämpimämpään ilmakerrokseen.

Kun esineestä lähtenyt valo saapuu ylhäältä päin kahden ilmakerroksen rajapintaan, se saapuu optisesti tiheämmästä aineesta optisesti harvempaan aineeseen. Tällöin se taittuu taittumislain (tai Snellin lain) mukaisesti pois päin rajapinnan normaalista. Kun valo saapuu lopulta rajapintaan kokonaisheijastuksen rajakulmaa suuremmassa tulokulmassa (kuvassa vaalean sinisen ja valkoisen kerroksen rajapinta), se kokonaisheijastuu yläviistoon. Yläviistoon heijastunut valo osuu lopulta havainnoitsijan silmiin. (3p (5p))

Havainnoitsijan näkökulmasta valo näyttää tulevan kuvaan piirretyn katkoviivan suunnasta, joten havaitsija näkee esineen kuvan, eli alapuolisen kangastuksen, katkoviivan suunnassa. (2p (7p))

8.2.



(4p) kuva

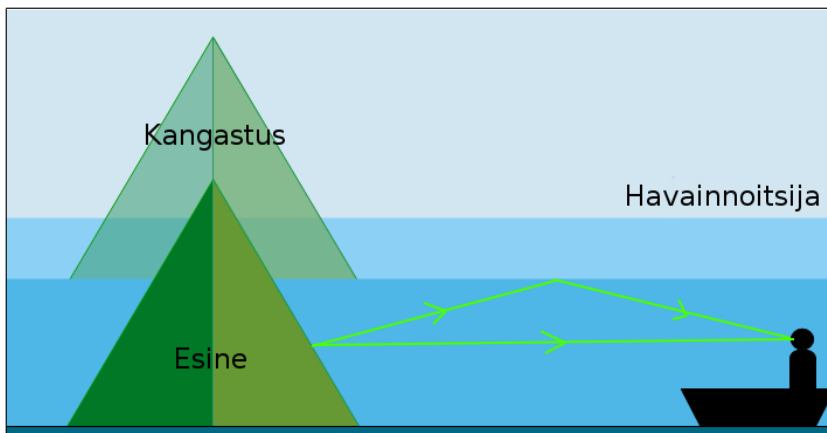
Viileä meri jäädyttää ilmaa, minkä seurauksena ilma on siis viileämpää lähempänä merenpintaa kuin ylempänä. Pienemmän lämpötilan kerroksissa ilman tiheys on suurempi, ja vastaavasti optinen tiheys on myös suurempi. (2p (6p))

Jos tätä ei tiennyt, sen pystyi päättelemään kuten yllä kohdassa 8.1. selitettiin.

Kun esineestä lähtenyt valo saapuu ylhäältä päin kahden ilmakerroksen rajapintaan, valo tulee optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään aineeseen. Tällöin se taittuu taittumislain (tai Snellin lain) mukaisesti kohti rajapinnan normaalia. Lopulta valo saapuu havainnoitsijan silmiin.

Havainnoitsijan näkökulmasta valo näyttää tulevan kuvaan piirretyn mustan viivan suunnasta, joten havaitsija näkee esineen kuvan, eli yläpuolisen kangastuksen esi-  
nettä ylempänä. 2p (8p)

Lisätietoa: Esineen alaosista lähtevät valonsäteet voivat päätyä havainnoitsijan silmiin kahta eri reittiä.



Tämän takia esineen alaosa voi näyttää yläpuolisessa kangastuksessa epäselvältä ja ikään kuin venyneeltä.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

## 9. Ledin valotehon säätö (20 p.)

Suunnittele ja mitoitte aineistojen 9.A ja 9.B avulla kytkentä, jonka avulla ledin valotehoa voidaan säätää portaattomasti.

Aineisto:

9.A [Kuva: Kuvat kytkentäkaavioista](#)

9.B [Kuva: Cree XLAMP XM-L2 -datalehti](#)

- 9.1. Sinulla on käytössäsi ledi, akku ja kaksi vastusta, joista toinen on säädettävä. Valitse kuvassa 9.A esitetyistä kytkentäkaavioista sellainen, jonka avulla ledin valotehoa voidaan säätää portaattomasti. (3 p.)
- 9.2. Akun lähdejännite on  $4,5\text{ V}$ . Kuvassa 9.B on annettu tietoa käytössä olevasta ledistä. Mitoita kytkennässä olevat vastukset siten, että ledin valotehoa voidaan säätää portaattomasti välillä  $150\text{ lm} \dots 900\text{ lm}$ . (12 p.)
- 9.3. Määritä akusta otettava teho, kun ledi valaisee  $900\text{ lm}$ :n kirkkaudella. (5 p.)

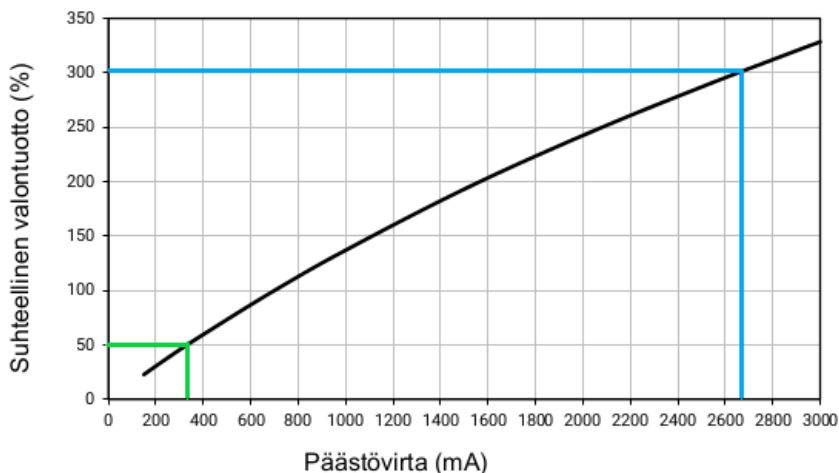
*Ratkaisu.*

- 9.1. Ledin valoteho riippuu sen läpi kulkevan virran suuruudesta. Kytkennöissä A, D ja F ledin läpi ei kulje virtaa, koska se on kytketty estosuuntaan. Kytkennöissä C ja E säätövastus ei ole ledin ja akun kanssa samassa silmukassa, joten sen resistanssia muuttamalla ei voida säädellä ledin läpi kulkevan virran suuruutta. Kytkennässä B ledi on kytketty päästösuuntaan ja se on samassa silmukassa akun ja säätövastuksen kanssa, joten säätövastuksen resistanssia muuttamalla ledin läpi kulkeva virta muuttuu portaattomasti. Haluttu kytkentä on siis B. 3p

- 9.2. Akun lähdejännite:

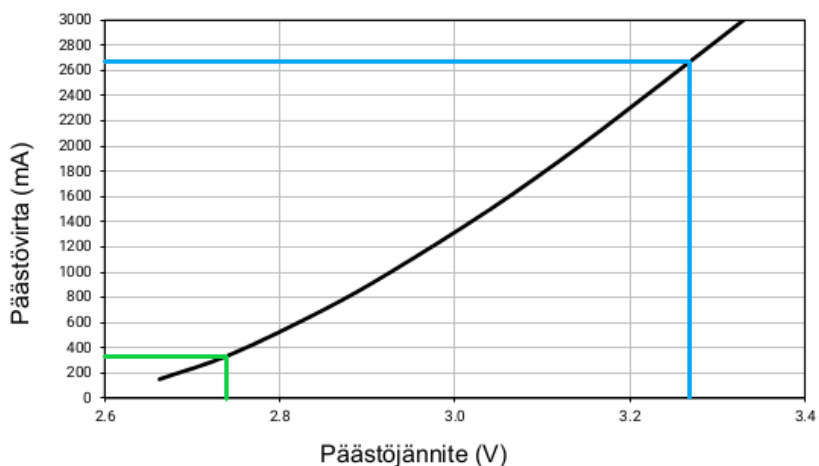
$$U = 4,5\text{ V}$$

Aineiston mukaan nimellinen valontuotto on  $300\text{ lm}$ , joten alaraja  $150\text{ lm}$  vastaa  $50\%$  suhteellista valontuottoa ja yläraja  $900\text{ lm}$  vastaa  $300\%$  suhteellista valontuottoa.

suhteellinen valontuotto ( $T=85^{\circ}\text{C}$ )

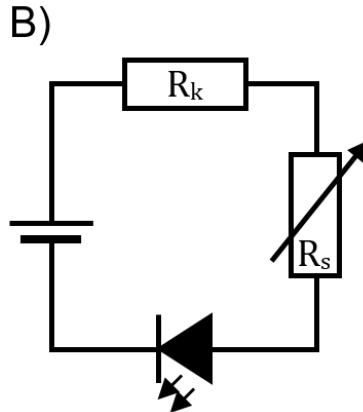
Yllä olevasta kuvasta nähdään, että 50% suhteellinen valontuotto vastaa 330 mA päästövirtaa ja 300% suhteellinen valontuotto vastaa 2670 mA päästövirtaa. <sup>3p</sup>

Huom! Kuvaajan liittämistä ratkaisuun ei luultavasti vaadita. YTL:n hyvän vastauksen piirteissä (luettu 15.3.2019) oli luettu pienemmäksi virran arvoksi 300 mA, joten suosittelemme antamaan täydet pisteet arvoista 300 mA–360 mA. Yleisohje opiskelijoille: tästä kuvaajasta voitaisiin vaatia, että pienemmän virran arvo on saatu väliltä 310 mA–350 mA. Suuremman virran arvo luultavasti hyväksytään väliltä 2650 mA–2690 mA.

ominaiskäyrä ( $T=85^{\circ}\text{C}$ )

Yllä olevasta kuvasta nähdään, että  $I_{p1} = 330 \text{ mA}$  päästövirralla ledin päästöjännite on noin  $U_{p1} = 2,74 \text{ V}$  ja  $I_{p2} = 2670 \text{ mA}$  päästövirralla ledin päästöjännite on noin  $U_{p2} = 3,27 \text{ V}$ . 2p (5p)

Huom! Kuvaajan liittämistä ratkaisuun ei luultavasti vaadita. Kuvaajien epätarkkuuden vuoksi luultavasti sallitaan arvot väliltä  $2,71 \text{ V}$ – $2,77 \text{ mA}$  ja väliltä  $3,24 \text{ mA}$ – $3,30 \text{ mA}$ .



Oletetaan, että säätövastuksen resistanssia voidaan vaihdella nollan ja tietyn maksimiarvon välillä. Piirissä kulkee suurin virta, kun  $R_s = 0$ . Ratkaistaan siis  $R_k$ , kun piirissä kulkee virta  $I_{p2}$  ja ledin päästöjännite on  $U_{p2}$ . Kirchhoffin II lailla saadaan lähtien silmukan vasemmasta alalaidasta myötäpäivään

$$U - R_k I_{p2} - U_{p2} = 0$$

$$R_k = \frac{U - U_{p2}}{I_{p2}}$$

$$R_k = 0,4606 \dots \Omega$$

$$R_k \approx 0,46 \Omega.$$

Ratkaistaan sitten, millä säätövastuksen resistanssin arvolla  $R_s$  piirissä kulkee virta  $I_{p1}$  ja ledin päästöjännite on  $U_{p1}$ . Kirchhoffin II lailla saadaan lähtien silmukan vasemmasta alalaidasta myötäpäivään

$$U - R_k I_{p1} - R_s I_{p1} - U_{p1} = 0$$

$$R_s = \frac{U - R_k I_{p1} - U_{p1}}{I_{p1}}$$

$$R_s = 4,872 \dots \Omega$$

$$R_s \approx 4,9 \Omega.$$

**Vastaus:** Vastuksen  $R_k$  resistanssin tulee olla  $0,46 \Omega$  ja säätövastuksen resistanssia tulee voida säätää välillä  $0 \Omega - 4,9 \Omega$ . 7p (12p)

Pisteityksestä viimeisen 7p osalta: Kirchhoffin II lain mukaisten yhtälöiden muodostamisesta saa 2p, ja ratkaisemisesta sekä oikeista vastauksista yhteensä 5p.

9.3. Kohdassa 9.2. todettiin, että piirissä kulkeva virta on  $I_{p2} = 2670 \text{ mA}$ , kun ledi valaisee  $900 \text{ lm}$  kirkkaudella, joten akusta otettava teho on

$$P = UI_{p2} = 12,015 \text{ W} \approx 12 \text{ W}.$$

**Vastaus:** Akusta otettava teho on  $12 \text{ W}$ . 5p

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

## 10. Kaksoisrakokoe (20 p.)

Tee tehtävät 10.1.–10.3. annettujen aineistojen 10.A–10.C avulla.

Aineisto:

- 10.A [Teksti: Tietoa Youngin kaksoisrakokokeesta](#)
- 10.B [Kuva: Fullereenimolekyylien  \$C\_{60}\$  interferenssikuvio](#)
- 10.C [Kuva: Mallikuva kaksoisrakokokeesta](#)

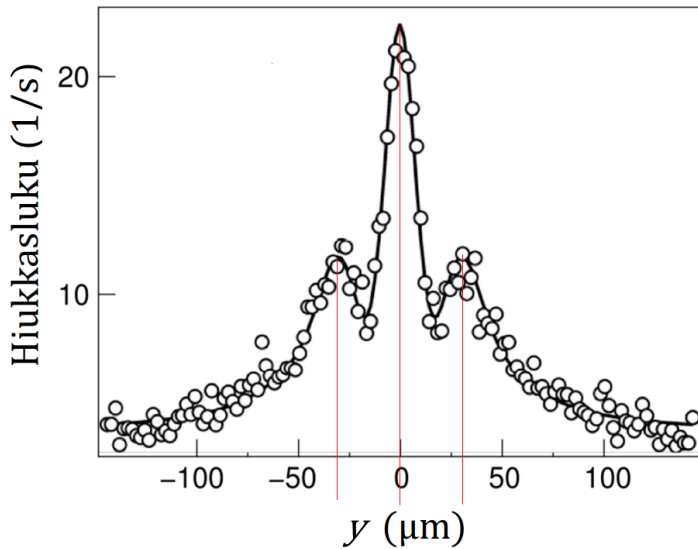
- 10.1. Aineistossa 10.A on kerrottu valon avulla tehtävästä Youngin kaksoisrakokokeesta. Vuonna 1999 kaksoisrakokoe onnistuttiin toteuttamaan pommittamalla kaksoisrakoa fullereenimolekyyleillä  $C_{60}$ . Miksi interferenssikuvio voidaan havaita myös hiukkasten tapauksessa? (3 p.)
- 10.2. Kun kaksoisrakokoe suoritettiin fullereenimolekyyleillä, rakojen välinen etäisyys oli 100 nm. Kuvan 10.B mukainen interferenssikuvio havaittiin 1,25 metrin päässä sijaitsevalla varjostimella. Mikä oli molekyylien nopeus? (10 p.)
- 10.3. Tarkastellaan interferenssikuvion päämaksimin ja 1. sivumaksimin syntymistä varjostimelle. Aineiston 10.C yksinkertaistetussa mallikuvassa nuolet kuvaavat rakoihin kohtisuoraan saapuvaa monokromaattista laservalon aaltorintamaa. Täydennä mallikuvaa piirtämällä valon kulku kaksoisraon ja varjostimen välissä. Osoita geometrisesti lausekkeen  $\Delta y = \frac{\lambda D}{d}$  pätevyys. Huomaa, että  $\cos \alpha \approx 1$ , kun  $\alpha$  on pieni. (7 p.)

*Ratkaisu.*

- 10.1. Se, että interferenssikuvio voidaan havaita myös hiukkasten tapauksessa, johtuu hiukkasten aaltoluonteesta, jonka vuoksi myös hiukkaset interferoivat keskenään aaltojen tavoin. 3p

Hiukkasten aaltoluonteen määrittää niiden aineaallon pituus, eli de Broglien aallonpituus.

10.2.



Kuvaajasta saadaan, että päämaksimin ja ensimmäisen sivumaksimin välinen etäisyys on noin  $\Delta y = 31 \mu\text{m}$ . 1p

Kuvaajan epätarkkuudesta johtuen sallitaan luultavasti arvot  $29 \mu\text{m} - 33 \mu\text{m}$ .

$$d = 100 \text{ nm}$$

$$D = 1,25 \text{ m}$$

$$h = 6,626070040 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Fullereenimolekyylissä on 60 hiiliatomia, joten fullereenimolekyylin massa on

$$m = 60m_C = 60 \cdot 12,01 \text{ u} \quad \text{1p (2p)}$$

Molekyylien aineallon aallonpituus on de Broglien lain mukaan

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

Sijoitetaan tämä aineistossa annettuun kaavaan ja ratkaistaan nopeus  $v$ .

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\Delta y = \frac{\frac{h}{mv} \cdot D}{d}$$

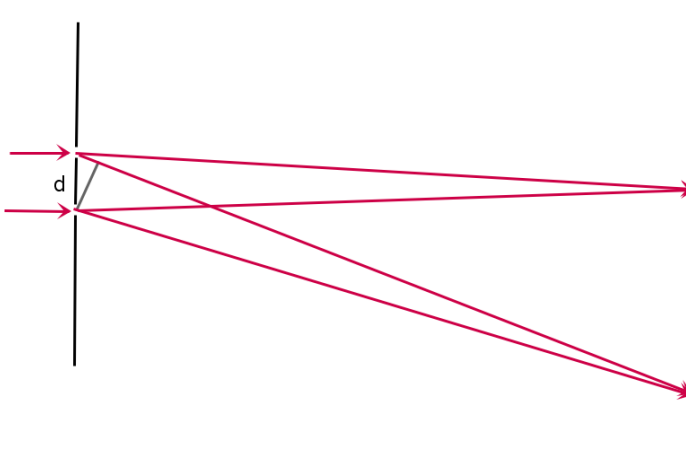
$$v = \frac{hD}{md\Delta y} \quad \text{5p (7p)}$$

$$v = 223,2 \dots \text{ m/s}$$

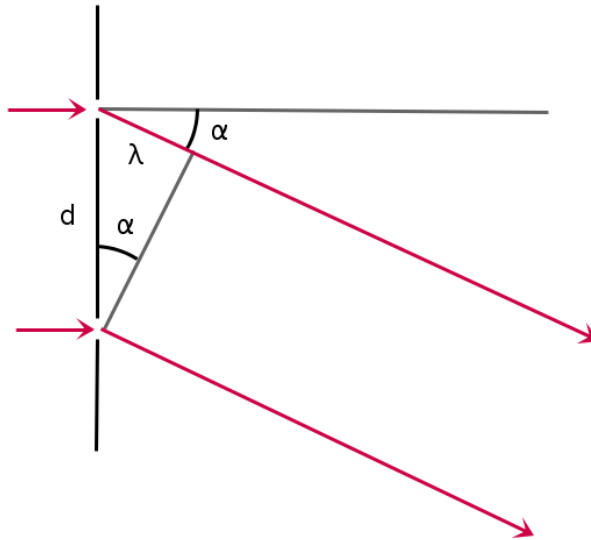
$$v \approx 220 \text{ m/s.}$$

**Vastaus:** Molekyylien nopeus oli 220 m/s. 3p (10p)

- 10.3. Päämaksimi muodostuu suoraan kaksoisraon eteen, jolloin valonsäteiden matkaero on nolla. Ensimmäinen sivumaksimi muodostuu, kun interferoivien valonsäteiden matkaero on yksi aallonpituus.



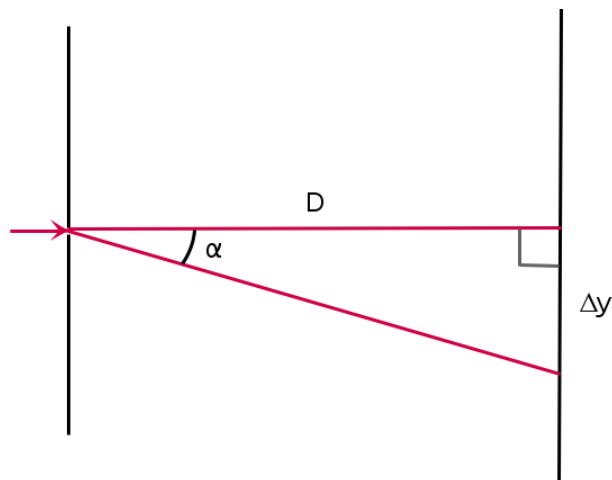
Piirretään suurempana kuva läheltä kaksoisrakoa.



Yllä olevan kuvan kolmio on likimain suorakulmainen ja kulman  $\alpha$  vastainen kateetti on valonsäteiden matkaero, eli yhden aallonpituuden  $\lambda$  pituinen. Saadaan siis

$$\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{d} \quad (1)$$

Piirretään suorakulmainen kolmio kaksoisraon, päämaksimin ja ensimmäisen sivumaksimin välille. Rakojen välinen etäisyys  $d$  on niin pieni verrattuna raon ja varjostimen väliseen etäisyyteen  $D$ , että kuvaan merkitty kulma  $\alpha$  on hyvällä tarkkuudella saman suuruinen riippumatta siitä, mihin kohtaan kaksoisrakoa kolmion kulma piirretään.



Yllä olevan kuvan geometriasta saadaan:

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{D}$$

$$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\Delta y}{D}$$

Kulma  $\alpha$  on pieni, joten  $\cos(\alpha) \approx 1$ .

$$\frac{\sin(\alpha)}{1} = \frac{\Delta y}{D}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta y}{D} \quad (2)$$

Yhtälöistä (1) ja (2) saadaan:

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{\Delta y}{D}$$

$$\Delta y = \frac{d\lambda}{D}$$

7p

Pisteytyksestä: Kuvista saa yhteensä 3p ja laskelmista saa yhteensä 4p. Yksi kuva riittää, jos siitä ilmenee selkeästi laskelmiin tarvittavat asiat.

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.

## 11. Sydämen sykkeen mittaus (20 p.)

Tekstissä 11.A on selitetty sydämen sykkeen mittauksista EKG- ja PPG-menetelmillä. Kuvaaja 11.B esittää koehenkilöstä samanaikaisesti mitattuja EKG- ja PPG-signaaleja.

Aineisto:

- 11.A [Teksti: Sykemittaus ranteessa on iso haaste](#)
- 11.B [Kuvaaja: Samanaikaiset EKG- ja PPG-signaalit](#)

- 11.1. Selitä lyhyesti, mihin sydämen sykkeen mittaus EKG-menetelmällä perustuu. (3 p.)
- 11.2. Selitä, mihin sydämen sykkeen mittaus tekstissä 11.A esitetyissä kahdessa PPG-menetelmässä perustuu. (8 p.)
- 11.3. Millaisia haasteita on aineiston mukaan PPG-mittauksessa? Arvioi, ovatko nämä haasteet merkittäviä EKG-mittauksessa. (6 p.)
- 11.4. Mistä johtuu kuvaajassa 11.B nähtävä aikaero PPG- ja EKG-signaalien välillä? (3 p.)

*Ratkaisu.*

- 11.1. Sydän aiheuttaa ympärilleen sähkökentän, joka muuttuu sydämen lyödessä, ja tästä johtuen iholla potentiaali vaihtelee sykkeen tahdissa. 1p  
Rinnan päälle asetettava EKG-laite mittaa ihon eri kohtien välistä jännitettä ja tallentaa sydämenlyöntien aiheuttamat jännitepiikit. 1p (2p)  
Ihmiskehon riittävän sähköjohtavuuden takia jännite voidaan mitata. 1p (3p)
- 11.2. Jokaisella sydämenlyönnillä veren määrä laskimoissa ja hiussuonissa kasvaa ja vähe-  
nee vuoron perään. 2p  
Ensimmäisessä PPG-mittauksessa mitataan kudoksen läpi pääsevää valoa. 1p (3p)  
Mitä enemmän verta kudoksessa on, sitä enemmän valoa absorboituu, eli sitä pie-  
nempi intensiteetti valoa pääsee läpi. 2p (5p)  
**Läpi mennyt valo osuu fotodiodiin, jolloin fotodiodin synnyttämän sähkösignaalin voimakkuus kertoo, kuinka suuri määrä verta kullakin hetkellä kudoksessa on. Näin ollen fotodiodin tuottaman sähkösignaalin taajuus on sama kuin mitattava syke.**  
Toinen PPG-mittauksena perustuu siihen, että suunnataan valoa kudokseen ja mitataan takaisin heijastunutta valoa. 1p (6p)  
Mitä enemmän verta mitattavassa kohdassa on tietyllä hetkellä, sitä enemmän valoa

absorboituu, ja sitä vähemmän sitä heijastuu takaisin. 2p (8p)

Heijastuneen valon intensiteetin vaihtelun taajuus on sama kuin mitattava syke.

- 11.3. PPG-mittauksessa valon heijastumiseen ja absorboitumiseen vaikuttavat myös muut kudokset kuin veri, ja vain veren tilavuus vaihtelee sykkeen mukana, joten PPG-mittauksessa sykkeen aiheuttamat signaalit ovat heikkoja, joten pienetkin häiriöt vaikuttavat mittaukseen merkittävästi. 2p

Kehon liikkuminen, 1p (3p)

mittauslaitteen liikkuminen 1p (4p)

ja muualta kuin mittauslaitteesta tuleva valo 1p (5p)

voivat myös aiheuttaa epätarkkuuksia mittaukseen.

EKG-mittauksessa signaalit ovat vahvempia kuin PPG-mittauksessa, joten mittauslaitteen liikkeet eivät aiheuta merkittäviä häiriöitä. EKG-mittaus perustuu jännitteen mittaamiseen, joten ulkoa tuleva valo tai kehon liike ei vaikuta mittaukseen. EKG-mittauksessa ei siis ole samoja ongelmia kuin PPG-mittauksessa. 1p (6p)

- 11.4. EKG-mittauksessa havaitaan jännitepiikki, joka tapahtuu lähes täysin samanaikaisesti sydämen lyönnin kanssa. PPG-mittauksessa havaitaan veren määrän kasvu mitauskohdassa (kuten esimerkiksi ranteessa) joka tapahtuu, kun sydämen lyönnin aiheuttama pulssi ehtii ranteeseen asti, eli pienellä viiveellä sydämenlyönnin jälkeen. Tästä johtuu kuvaajassa näkyvä noin 0,3 sekunnin ero EKG-signaalin ja PPG-signaalin välillä. 3p

Huom! Värilliset tekstit ovat lisäselityksiä, joita ei vaadita koevastauksessa.